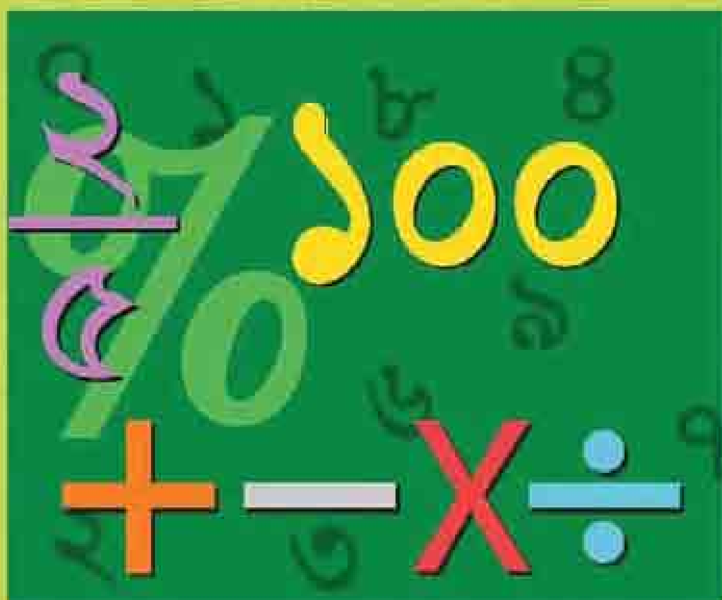
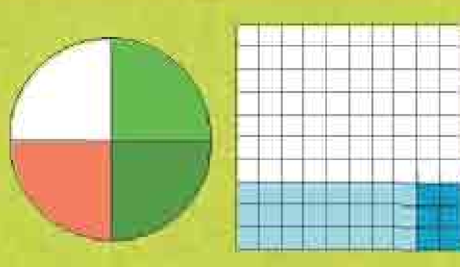
প্রাথমিক গণিত

পঞ্চম শ্রেণি





জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢাকা

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড কর্তৃক ২০১৩
শিক্ষাবর্ষ থেকে পঞ্চম শ্রেণির পাঠ্যপুস্তকরূপে নির্ধারিত

প্রাথমিক গণিত

পঞ্চম শ্রেণি

রচনা ও সম্পাদনা

শামসুল হক মোল্লা
এ.এম.এম. আহ্সান উল্লাহ
ড. অমল হালদার
স্বপন কুমার ঢালী

চিত্রাঙ্কন

কাজী সাইফুদ্দিন আব্বাস

শিল্প সম্পাদনা

হাশেম খান
কাজী সাইফুদ্দিন আব্বাস

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢাকা

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢাকা
৬৯-৭০, মতিঝিল বাণিজ্যিক এলাকা, ঢাকা-১০০০
কর্তৃক প্রকাশিত

[প্রকাশক কর্তৃক সর্বস্বত্ব সংরক্ষিত]

পরীক্ষামূলক সংস্করণ

প্রথম মুদ্রণ : ২০১২

সমন্বয়ক
হাসমত মনোয়ার

গ্রাফিক্স
কাজী সাইফুদ্দীন আব্বাস

ডিজাইন
জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢাকা

তৃতীয় প্রাথমিক শিক্ষা উন্নয়ন কর্মসূচির আওতায়
গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকার কর্তৃক বিনামূল্যে বিতরণের জন্য

মুদ্রণে:

প্রসঙ্গ-কথা

শিশু এক অপার বিস্ময়। তার সেই বিস্ময়ের জগৎ নিয়ে ভাবনার অন্ত নেই। শিক্ষাবিদ, বিজ্ঞানী, দার্শনিক, শিশুবিশেষজ্ঞ, মনোবিজ্ঞানীসহ অসংখ্য বিজ্ঞজন শিশুকে নিয়ে ভেবেছেন, ভাবছেন। তাঁদের সেই ভাবনাসিঁড়ের আলোকে জাতীয় শিক্ষানীতি ২০১০-এ নির্ধারিত হয় শিশু-শিক্ষার মৌল আদর্শ। শিশুর অপার বিস্ময়বোধ, অসীম কৌতূহল, অফুরন্ত আনন্দ ও উদ্যমের মতো মানবিক বৃত্তির সুষ্ঠু বিকাশ সাধনের সেই মৌল পটভূমিতে পরিমার্জিত হয় প্রাথমিক শিক্ষাক্রম। ২০১১ সালে পরিমার্জিত শিক্ষাক্রমে প্রাথমিক শিক্ষার লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য পুনঃনির্ধারিত হয় শিশুর সার্বিক বিকাশের অন্তর্নিহিত তাৎপর্যকে সামনে রেখে। প্রাথমিক শিক্ষার প্রান্তিক যোগ্যতা থেকে শুরু করে বিষয়ভিত্তিক প্রান্তিক যোগ্যতা, শ্রেণি ও বিষয়ভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা ও পরিশেষে শিখনফল নির্ধারণের ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর পরিপূর্ণ বিকাশকে সর্বোচ্চ সতর্কতার সঙ্গে বিবেচনা করা হয়েছে। এই পটভূমিতে শিক্ষাক্রমের প্রতিটি ধাপ নতুনভাবে প্রণীত পাঠ্যপুস্তকে যত্নসহকারে অনুসরণ করা হয়েছে।

গণিত বিষয়টি বিমূর্ত। তাছাড়া গাণিতিক ধ্যান ধারণাগুলো বেশ জটিল। এই জটিল বিষয়গুলো সহজে উপস্থাপনে প্রয়োজনীয় ব্যাখ্যা, ছবি ও উদাহরণ দেওয়া হয়েছে। শিখনে শিক্ষার্থীদের আগ্রহ সৃষ্টি ও পাঠগ্রহণ সহজ করার জন্য উদাহরণের সাথে 'নিজে করি' যোগ করা হয়েছে। শিখনফল অর্জিত হলো কি না তা মূল্যায়নের জন্য অধ্যায় শেষে পর্যাপ্ত অনুশীলনের ব্যবস্থা রাখা হয়েছে। তাছাড়া প্রতিটি অধ্যায়ের সমস্যাগুলো 'সহজ থেকে কঠিন' রীতি অনুসরণ করে সাজানো হয়েছে। এগুলো সমাধানে শিক্ষার্থীরা যাতে উদ্যোগী হতে পারে সেদিকেও বিশেষ দৃষ্টি দেওয়া হয়েছে। উপরন্তু যেসব তথ্য শিক্ষার্থীদের জানার জন্য অপরিহার্য তা 'লক্ষ করি' ও বক্সের মধ্যে সন্নিবেশ করা হয়েছে। আশা করা যায়, এতে পঞ্চম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গাণিতিক ধারণার সুষ্ঠু বিকাশ ঘটবে এবং গণিতের প্রতি অহেতুক ভীতি দূর হবে।

শিক্ষাক্রম উন্নয়ন একটি ধারাবাহিক প্রক্রিয়া। এর ভিত্তিতে প্রণীত হয় পাঠ্যপুস্তক। লক্ষণীয় যে, কোমলমতি শিক্ষার্থীদের আরও আগ্রহী, কৌতূহলী ও মনোযোগী করার জন্য সরকার ২০০৯ সাল থেকে পাঠ্যপুস্তকগুলো চার রঙে উন্নীত করে আকর্ষণীয় ও টেকসই করার মহৎ উদ্যোগ গ্রহণ করেছে। এরই ধারাবাহিকতায় এবারও উন্নতমানের কাগজ ও চার রঙের চিত্র/ছবি ব্যবহার করে অতি অল্প সময়ে পাঠ্যপুস্তকটি পরিমার্জিত শিক্ষাক্রমের আলোকে প্রণয়ন ও মুদ্রণ করে প্রকাশ করা হলো। বানানের ক্ষেত্রে সমতা বিধানের জন্য অনুসৃত হয়েছে বাংলা একাডেমী কর্তৃক প্রণীত বানানরীতি।

সংশ্লিষ্ট ব্যক্তিবর্গের সযত্ন প্রয়াস ও সতর্কতা থাকা সত্ত্বেও পাঠ্যপুস্তকটিতে কিছু ত্রুটি-বিচ্যুতি থেকে যেতে পারে। সুতরাং পাঠ্যপুস্তকটির অধিকতর উন্নয়ন ও সমৃদ্ধি সাধনের জন্য যেকোনো গঠনমূলক ও যুক্তিসঙ্গত পরামর্শ গুরুত্বের সঙ্গে বিবেচিত হবে।

এই পাঠ্যপুস্তকটি রচনা, সম্পাদনা, যৌক্তিক মূল্যায়ন এবং মুদ্রণ ও প্রকাশনার বিভিন্ন পর্যায়ে যাঁরা সহায়তা করেছেন তাঁদের জানাই আন্তরিক কৃতজ্ঞতা ও ধন্যবাদ। যেসব কোমলমতি শিক্ষার্থীর জন্য পাঠ্যপুস্তকটি রচিত হয়েছে তারা উপকৃত হলেই আমাদের সকল প্রয়াস সফল হবে বলে আমি মনে করি।

প্রফেসর মোঃ মোস্তফা কামালউদ্দিন
চেয়ারম্যান
জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢাকা।

সূচিপত্র

পাঠ	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
১	গুণ	১
২	ভাগ	৬
৩	চার প্রক্রিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলি	১২
৪	গড়	২২
৫	গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.	২৭
৬	গাণিতিক প্রতীক ও বাক্য	৩৬
৭	সাধারণ ভগ্নাংশ	৪২
৮	দশমিক ভগ্নাংশ	৭৫
৯	শতকরা	৮৬
১০	পরিমাপ	৯২
১১	সময়	১০৮
১২	উপাত্ত বিন্যস্তকরণ	১১৮
১৩	জ্যামিতি	১৩০
১৪	ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার	১৩৪

প্রথম অধ্যায়
গুণ

আমরা জানি যে,

গুণ্য × গুণক = গুণফল

গুণফল ÷ গুণক = গুণ্য

উদাহরণ ১। গুণ কর : ৪৩৭ কে ২৩৫ দ্বারা।

সমাধান :

```
      ৪ ৩ ৭   ← গুণ্য
    × ২ ৩ ৫   ← গুণক
    -------
    ২ ১ ৮ ৫   ← ৪ ৩ ৭ × ৫
  ১ ৩ ১ ১     ← ৪ ৩ ৭ × ৩ দশ
  ৮ ৭ ৪       ← ৪ ৩ ৭ × ২ শত
  ---------
১ ০ ২ ৬ ৯ ৫   ← গুণফল
```

দ্বিতীয় ধাপে দশকের গুণ এক ঘর বাম থেকে ও তৃতীয় ধাপে শতকের গুণ দুই ঘর বাম থেকে লেখা হয়েছে।

উদাহরণ ২। ২৪৫৬ কে ২৯৩ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

```
      ২ ৪ ৫ ৬   ← গুণ্য
      × ২ ৯ ৩   ← গুণক
    ---------
      ৭ ৩ ৬ ৮   ← ২ ৪ ৫ ৬ × ৩
  ২ ২ ১ ০ ৪ ০   ← ২ ৪ ৫ ৬ × ৯ ০
  ৪ ৯ ১ ২ ০ ০   ← ২ ৪ ৫ ৬ × ২ ০ ০
  -----------
  ৭ ১ ৯ ৬ ০ ৮   ← গুণফল
```

দ্বিতীয় ধাপে এককের ঘরে শূন্য বসিয়ে দশকের গুণ এক ঘর বাম থেকে লেখা হয়েছে এবং তৃতীয় ধাপে একক ও দশকের ঘরে শূন্য বসিয়ে শতকের গুণ দুই ঘর বাম থেকে লেখা হয়েছে।

খালি ঘর পূরণ কর :

(ক) ৩৫৭ × ২৯ = ১০৩৫৩ এখানে, গুণ্য ☐ গুণক ☐ গুণফল ☐

(খ) ৭২৩ × ৬৪ = ৪৬২৭২ এখানে, গুণ্য ☐ গুণক ☐ গুণফল ☐

(গ) ২৮৭ × ৩৭৫ = ☐ (ঘ) ৮২৩ × ৩৫৬ = ☐

(ঙ) ৮৫২৭ × ৬৭২ = ☐ (চ) ৮৪৫২ × ৭৯৫ = ☐

উদাহরণ ৩। ৬৫৮২ কে ৩০৮ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

```
      ৬ ৫ ৮ ২
    × ৩ ০ ৮
  ---------------
    ৫ ২ ৬ ৫ ৬  ← ৬৫৮২ × ৮
১ ৯ ৭ ৪ ৬ ০ ০  ← ৬৫৮২ × ৩ শত
  ---------------
২ ০ ২ ৭ ২ ৫ ৬  ← গুণফল
```

গুণকের দশকের ঘরে শূন্য (০) থাকায় দশকের গুণ দেখানো হয়নি। তাই একক ও দশকের ঘরে শূন্য বসিয়ে শতকের গুণ দুই ঘর বাম থেকে লেখা হয়েছে।

উদাহরণ ৪। ৭৩৯৬ কে ৬০০ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

```
      ৭ ৩ ৯ ৬
        × ৬ ০ ০  ← ৭৩৯৬ × ৬ শত
  ---------------
  ৪ ৪ ৩ ৭ ৬ ০ ০  ← গুণফল
```

গুণকের একক ও দশকের ঘরে শূন্য (০) থাকায় একক ও দশকের গুণ দেখানো হয়নি। তাই একক ও দশকের ঘরে শূন্য বসিয়ে শতকের গুণ দুই ঘর বাম থেকে লেখা হয়েছে।

উদাহরণ ৫। ৩২৭১ কে ৪২০ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

```
      ৩ ২ ৭ ১  ← গুণ্য
      × ৪ ২ ০  ← গুণক
  ---------------
    ৬ ৫ ৪ ২ ০  ← ৩২৭১ × ২ দশ
১ ৩ ০ ৮ ৪ ০ ০  ← ৩২৭১ × ৪ শত
  ---------------
১ ৩ ৭ ৩ ৮ ২ ০  ← গুণফল
```

গুণকের এককের ঘরে শূন্য (০) থাকায় এককের গুণ দেখানো হয়নি। এজন্য প্রথম ধাপে এককের ঘরে শূন্য বসিয়ে দশকের গুণ এক ঘর বাম থেকে লেখা হয়েছে এবং দ্বিতীয় ধাপে একক ও দশকের ঘরে শূন্য বসিয়ে শতকের গুণ দুই ঘর বাম থেকে লেখা হয়েছে।

ফাঁকা ঘর পূরণ কর :

(ক)

```
      ৪ ৫ ৮ ৬
      × ৪ ☐ ৯
  ---------------
      ৪ ☐ ২ ৭ ৪
১ ৮ ৩ ৪ ৪ ০ ০
  ---------------
১ ৮ ৭ ৫ ৬ ☐ ☐
```

(খ)

```
      ৯ ২ ০ ৭
      × ৬ ৪ ☐
  ---------------
  ৩ ৬ ☐ ২ ৮ ০
৫ ৫ ২ ৪ ২ ☐ ০
  ---------------
৫ ৮ ৯ ২ ৪ ☐ ০
```

সহজ পদ্ধতিতে গুণ

উদাহরণ ৬। সহজ পদ্ধতিতে গুণ :

(ক) ৯৯৯৯ × ৪২৫
= (১০০০০ − ১) × ৪২৫
= (১০০০০ × ৪২৫) − (১ × ৪২৫)
= ৪২৫০০০০ − ৪২৫
= ৪২৪৯৫৭৫

(খ) ৮২৫৪ × ৯৯০
= ৮২৫৪ × (১০০০ − ১০)
= (৮২৫৪ × ১০০০) − (৮২৫৪ × ১০)
= ৮২৫৪০০০ − ৮২৫৪০
= ৮১৭১৪৬০

(গ) ৩০১০ × ৮৯৩
= (৩০০০ + ১০) × ৮৯৩
= (৩০০০ × ৮৯৩) + (১০ × ৮৯৩)
= ২৬৭৯০০০ + ৮৯৩০
= ২৬৮৭৯৩০

(ঘ) ৯০৯৯ × ৮৫৭
= (৯১০০ − ১) × ৮৫৭
= (৯১০০ × ৮৫৭) − (১ × ৮৫৭)
= ৭৭৯৮৭০০ − ৮৫৭
= ৭৭৯৭৮৪৩

সহজ পদ্ধতিতে গুণ কর :

(ক) ৯৯৯০× ৪৫৭
= (১০০০০− □) × ৪৫৭
= (১০০০০× □) − (□×৪৫৭)
= ৪৫৭০০০০ − □
= □

(খ) ৫০১০× ৩৫৮
= (৫০০০+ □) × ৩৫৮
= (৫০০০× □) + (□ × ৩৫৮)
= ১৭৯০০০০ + □
= □

ফাঁকা ঘর পূরণ কর :

□১ × ৯□ ৩৬৬ ৫৪□০ ৫৮৫৬	২□□ □১৮ ১৮□৪ ২২৮□ ১৮২৪০০ ১□□□০৪	৫১০ □□□ ৪৫৯০ □□□০০ □৫৭০□০ ৩৬১৫□০

উদাহরণ ৭। এক ব্যক্তির দৈনিক আয় ২১৬ টাকা।
এক বছরে তাঁর আয় কত?
[১ বছর = ৩৬৫ দিন]

সমাধান : ১ বছর = ৩৬৫ দিন
১ দিনে আয় করেন ২১৬ টাকা

∴ ৩৬৫ দিনে আয় করেন (২১৬ × ৩৬৫) টাকা।

এখানে,

```
    ৩ ৬ ৫
  × ২ ১ ৬
  -------
  ২ ১ ৯ ০
  ৩ ৬ ৫ ০
৭ ৩ ০ ০ ০
---------
৭ ৮ ৮ ৪ ০
```

∴ ১ বছরে আয় করেন ৭৮৮৪০ টাকা।

উদাহরণ ৮। একটি বাগানে ২৬০৫টি সুপারি গাছ আছে।
এরূপ ৩১৬টি বাগানে কতটি সুপারি গাছ আছে?

সমাধান : ১টি বাগানে সুপারি গাছ আছে ২৬০৫টি।
∴ ৩১৬টি বাগানে সুপারি গাছ আছে (২৬০৫ × ৩১৬) টি

এখানে,

```
      ২ ৬ ০ ৫
    × ৩ ১ ৬
  -----------
    ১ ৫ ৬ ৩ ০
    ২ ৬ ০ ৫ ০
  ৭ ৮ ১ ৫ ০ ০
  -----------
  ৮ ২ ৩ ১ ৮ ০
```

∴৮২৩১৮০ টি সুপারি গাছ আছে।

অনুশীলনী ১

১। গুণফল বের কর :

(ক) ৫৮৯ × ১৬২

(খ) ৪২৭ × ৩০৭

(গ) ৭০৩ × ২৪৯

(ঘ) ২৪৭০ × ৩৫৯

(ঙ) ৭৬৯৫ × ৬২০

(চ) ৫০৩৬ × ৩৮৭

(ছ) ৮৬৩৪ × ৭০০

(জ) ৭৬৯২ × ৬০৯

২। গুণ কর :

(ক) ৫৩৭ কে ৫৬০ দ্বারা (খ) ৭৪৬ কে ৬৩৫ দ্বারা (গ) ২৬৭৪ কে ৬২৮ দ্বারা

(ঘ) ৭০৯১ কে ৮৯০ দ্বারা (ঙ) ৯২৩৬ কে ৯০৩ দ্বারা (চ) ৬৭৫৯ কে ৯০০ দ্বারা।

৩। ফাঁকা ঘর পূরণ কর :

(ক)
```
      □ ৯ □
    × ৩ □ ৮
    -------
    ৩ ১ □ ০
  ১ ৯ □ ০ ০
□ ১ □ ০ ০ □
-----------
১ □ ৯ ৬ ২ □
```

(খ)
```
      □ □ □
    × ১ ৪ ২
    -------
      □ □ ০
  ১ ৭ ২ ০ ০
  ৪ ৩ ০ ০ ০
-----------
  □ ১ □ □ □
```

(গ)
```
      □ ৯ □
    × ৩ □ ৮
    -------
    ৩ ১ □ ০
  ১ ৯ □ ০ ০
□ ১ □ ০ ০ □
-----------
১ □ ৯ ৬ ২ □
```

৪। সহজ পদ্ধতিতে গুণফল বের কর :

(ক) ৫৬৭ × ৯৯ (খ) ৯৯ × ৯৯০ (গ) ৬২৭৩ × ৯৯৯ (ঘ) ৮৫৯৩ × ৯৯০

(ঙ) ৯৯৯৯ × ৬০৭ (চ) ৯৯৯৯ × ৪০০

৫। গুণ্য ৬৩৮১ এবং গুণক ২১৫ হলে, গুণফল কত?

৬। একটি সাইকেলের দাম ৫৮২৫ টাকা। এরূপ ১৬৫টি সাইকেলের দাম কত?

৭। এক রিমে ৫০০ তা কাগজ থাকে। ২৯৮ টি রিমে কত তা কাগজ থাকবে?

৮। এক ব্যক্তির দৈনিক আয় ২৭৫ টাকা। এক বছরে তাঁর আয় কত হবে?
[১ বছর = ৩৬৫ দিন]।

৯। একটি চেয়ারের মূল্য ৮০০ টাকা। এরূপ ২৬১৪ টি চেয়ারের মূল্য কত?

১০। একটি বইয়ে ৪৩৯টি পৃষ্ঠা আছে। এরূপ ২০৩৮ টি বইয়ের পৃষ্ঠাসংখ্যা কত?

১১। একটি নার্সারিতে ৫৮৩৪ টি চারাগাছ আছে। এরূপ ৪৮৬ টি নার্সারিতে কতটি চারাগাছ আছে?

১২। একটি গুদামে ৮৩২৬ কেজি চাল আছে। এরূপ ৬০২টি গুদামে কত কেজি চাল আছে?

দ্বিতীয় অধ্যায়

ভাগ

আমরা জানি, নিঃশেষে বিভাজ্যের ক্ষেত্রে

ভাজ্য ÷ ভাজক = ভাগফল
ভাজ্য ÷ ভাগফল = ভাজক
ভাজক × ভাগফল = ভাজ্য

নিঃশেষে বিভাজ্য না হলে

ভাজ্য = ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ
ভাজক = (ভাজ্য − ভাগশেষ) ÷ ভাগফল
ভাগফল = (ভাজ্য − ভাগশেষ) ÷ ভাজক

উদাহরণ ১। ৮৩৬৮ কে ১৬ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান :

```
১৬) ৮ ৩ ৬ ৮ (৫ ২ ৩
    ৮ ০
    ---
      ৩ ৬
      ৩ ২
      ---
        ৪ ৮
        ৪ ৮
        ---
          ০
```

∴ ভাগফল ৫২৩

উদাহরণ ২। ৬৪৮৯ কে ৪৭ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান :

```
৪৭) ৬ ৪ ৮ ৯ (১ ৩ ৮
    ৪ ৭
    -----
    ১ ৭ ৮
    ১ ৪ ১
    -----
      ৩ ৭ ৯
      ৩ ৭ ৬
      -----
          ৩
```

∴ ভাগফল ১৩৮, ভাগশেষ ৩

উদাহরণ ৩। ৯৪১৫ কে ২৩ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান :

```
২৩) ৯ ৪ ১ ৫ (৪ ০ ৯
    ৯ ২
    ―――
      ২ ১
      ০ ০
      ―――
      ২ ১ ৫
      ২ ০ ৭
      ―――――
          ৮
```

```
২৩) ৯ ৪ ১ ৫ ( ৪ ০ ৯
    ৯ ২
    ―――――
      ২ ১ ৫
      ২ ০ ৭
      ―――――
          ৮
```

এখানে একটি ধাপ উহ্য রাখা হয়েছে।

∴ ভাগফল ৪০৯, ভাগশেষ ৮

উদাহরণ ৪। ৭৯৫১৩ কে ২৫ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান :

```
২৫) ৭ ৯ ৫ ১ ৩ (৩১৮০
    ৭ ৫
    ―――
      ৪ ৫
      ২ ৫
      ―――
      ২ ০ ১
      ২ ০ ০
      ―――――
          ১ ৩
          ০ ০
          ―――
          ১ ৩
```

∴ ভাগফল ৩১৮০, ভাগশেষ ১৩

উদাহরণ ৫। ৪৯৭৩৫ কে ২৪৫ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান :

```
২৪৫) ৪ ৯ ৭ ৩ ৫ (২০৩
     ৪ ৯ ০
     ―――――
         ৭ ৩
         ০ ০
         ―――
         ৭ ৩ ৫
         ৭ ৩ ৫
         ―――――
             ০
```

∴ ভাগফল ২০৩

ফাঁকা ঘরে কোন অঙ্ক বসালে ভাগফল ১০ এর চেয়ে ছোট হবে?

৮৪) ৮ □ ৫ (

১০ বা ১০০ দিয়ে ভাগ

১০ বা ১০০ দিয়ে সহজে ভাগ করতে হলে, ভাজকে ১ এর ডান দিকে যতগুলো শূন্য আছে ভাজ্যের ডানদিক থেকে ততগুলো অঙ্কের পর কমা বসালে কমার বামদিকের সংখ্যাটি ভাগফল এবং ডানদিকের সংখ্যাটিই হবে ভাগশেষ।

উদাহরণ ৫। ২৪৬৫ কে ১০ দিয়ে ভাগ কর।

সমাধান :

```
১০) ২ ৪ ৬ ৫ (২৪৬
    ২ ০
    ----
      ৪ ৬
      ৪ ০
      ----
        ৬ ৫
        ৬ ০
      ----
          ৫
```

∴ ভাগফল ২৪৬, ভাগশেষ ৫

ভাজকে ১ এর ডানে একটি শূন্য (০) আছে। ভাজ্যের ডানদিক থেকে এক ঘর পর কমা বসালে পাই, ২৪৬,৫। এখানে কমার বামদিকের সংখ্যাটি ভাগফল এবং ডানদিকের সংখ্যাটি ভাগশেষ। কাজেই, ১০ দিয়ে যেকোনো সংখ্যা ভাগ করার সময় এভাবে কমা বসিয়ে ভাগফল ও ভাগশেষ নির্ণয় করা সহজ হয়।

উদাহরণ ৬। ৩০৮৪৫ কে ১০০ দিয়ে ভাগ কর।

সমাধান :

```
১০০ ) ৩ ০ ৮ ৪ ৫ ( ৩০৮
      ৩ ০ ০
      ------
          ৮ ৪ ৫
          ৮ ০ ০
      ------
            ৪ ৫
```

∴ ভাগফল ৩০৮, ভাগশেষ ৪৫

ভাজকে ১ এর ডানে দুইটি শূন্য (০) আছে। ভাজ্যের ডান দিক থেকে দুই ঘর পর কমা বসালে পাই, ৩০৮,৪৫। এখানে কমার বাম দিকের সংখ্যাটি ভাগফল এবং ডানদিকের সংখ্যাটি ভাগশেষ। কাজেই ১০০ দিয়ে যেকোনো সংখ্যা ভাগ করার সময় এভাবে কমা বসিয়ে ভাগফল ও ভাগশেষ নির্ণয় করা সহজ হয়।

ভুল বের কর এবং সংশোধন কর:

(ক)	(খ)	(গ)
৪৭) ৫৬৪ (১২০	৩২) ৯৬৬৪ (৩২	৬৮) ৭৫১০ (১০৯
৪৭	৯৬	৬৮
৯৪	৬৪	৭১০
৯৪	৬৪	৬১২
০	০	৯৮

উদাহরণ ৭। ৪২৫৭৮ কে ১০০ দিয়ে ভাগ কর।

সমাধান : ভাজকে ১ এর ডানে দুইটি ০ আছে। এখানে ভাজ্যের ডানদিক থেকে দুই অঙ্ক পর কমা বসিয়ে পাওয়া যায়, ৪২৫, ৭৮।

সুতরাং, ভাগফল ৪২৫ এবং ভাগশেষ ৭৮

উদাহরণ ৮। ৬৩৫২৪ কে ৫০ দিয়ে ভাগ কর।

সমাধান : এখানে ভাজক ৫০। ভাজ্য ও ভাজক উভয়কে ২ দ্বারা গুণ করে ভাজ্যের ডানদিক থেকে দুই অঙ্কের বামে কমা বসিয়ে পাওয়া যায়, ১২৭০,৪৮। ৪৮ কে ২ দ্বারা ভাগ করে পাই, ৪৮÷২=২৪।

সুতরাং, ১২৭০ ভাগফল এবং ২৪ ভাগশেষ।

ফাঁকা ঘর পূরণ কর:

(ক)	৪৩৩ ÷ ১২ =	□ ,	ভাগশেষ	□
(খ)	৪০৫০ ÷ ১৯ =	□ ,	ভাগশেষ	□
(গ)	২৭০০ ÷ ৩০ =	□ ,	ভাগশেষ	□
(ঘ)	৫৬৭৮৯ ÷ ১০০ =	□ ,	ভাগশেষ	□
(ঙ)	৩৭৯৫ ÷ ৫০ =	□ ,	ভাগশেষ	□

উদাহরণ ৯। কোনো ভাগ অঙ্কে ভাজ্য ৩৭০৩৭, ভাগফল ৮৯ এবং ভাগশেষ ১৩ হলে, ভাজক কত?

সমাধান :

আমরা জানি,

ভাজক=(ভাজ্য−ভাগশেষ) ÷ ভাগফল

এখানে, ভাজ্য − ভাগশেষ

= ৩৭০৩৭ − ১৩ = ৩৭০২৪

∴ ভাজক = ৩৭০২৪ ÷ ৮৯

= ৪১৬

∴ ভাজক ৪১৬

উদাহরণ ১০। কোনো ভাগ অঙ্কে ভাজ্য ২৮০৮৭, ভাজক ২৬৪ এবং ভাগশেষ ১০৩ হলে, ভাগফল কত?

সমাধান :

আমরা জানি,

ভাগফল=(ভাজ্য−ভাগশেষ) ÷ ভাজক

এখানে, ভাজ্য − ভাগশেষ

= ২৮০৮৭ − ১০৩ = ২৭৯৮৪

∴ ভাগফল = ২৭৯৮৪ ÷ ২৬৪

= ১০৬

∴ ভাগফল ১০৬

উদাহরণ ১১। ৩২৫ কেজি চালের দাম ৭৮০০ টাকা হলে, প্রতি কেজি চালের দাম কত?

সমাধান :

```
৩২৫) ৭ ৮ ০ ০ (২৪
     ৬ ৫ ০
     -------
     ১ ৩ ০ ০
     ১ ৩ ০ ০
     -------
           ০
```

∴ প্রতি কেজি চালের দাম ২৪ টাকা

উদাহরণ ১২। ১ কুইন্টাল চালের দাম ৪২০০ টাকা হলে, প্রতি কেজি চালের দাম কত? (১ কুইন্টাল=১০০ কেজি)

সমাধান :

এখানে ভাজক ১০০। ভাজ্যের ডানদিক থেকে দুই অঙ্কের বামে কমা বসিয়ে পাওয়া যায়, ৪২,০০।

সুতরাং, ভাগফল ৪২।

∴ প্রতি কেজি চালের দাম ৪২ টাকা

অনুশীলনী ২

১। খালি ঘর পূরণ কর :

(ক) ৭৬৯৬৫ ÷ ১৫ = ৫১৩১ এখানে, ভাজ্য ☐ ভাজক ☐ ভাগফল ☐

(খ) ২১৫৪৭ ÷ ২৯ = ৭৪৩ এখানে, ভাজ্য ☐ ভাজক ☐ ভাগফল ☐

(গ) ৭৩৫৮ × ☐ = ৪১৯৪০৬ (ঘ)) ৫২৮৯৫ ÷ ১৪৯ = ☐

(ঙ) ৩৬৫২ × ☐ = ৩১৭৭২৪ (চ)) ৫২১৮৫ ÷ ২১৩ = ☐

২। ভাগ কর :

(ক) ২৫৭৪৮ ÷ ৯৮ (খ) ৫৪৮৭১ ÷ ৩৭ (গ) ৪২৮৩৫ ÷ ১৯৭

(ঘ) ৭৫০৮৯ ÷ ৩২৫ (ঙ) ৫২৮৮৯ ÷ ২৮৯ (চ) ৪৩৭০২ ÷ ৩৪২

(ছ) ১৪৯৭০ ÷ ৩৬৫ (জ) ২৪১৩৫ ÷ ১০ (ঝ) ৮৭৫২০ ÷ ১০

(ঞ) ৪৩৫৬০ ÷ ১০০ (ট) ৬৫৯০০ ÷ ১০০ (ঠ) ৬৭৫০০ ÷ ১০০

(ড) ৩৯৭৬৮ ÷ ১০০ (ঢ) ৮৩০৯০ ÷ ১০০ (ণ) ৯৩৫০০ ÷ ১০০

৩। (ক) ভাজ্য ৩৭৯২০, ভাগফল ১২ ও ভাগশেষ ০। ভাজক কত?

(খ) ভাজ্য ৭৩৬৩৫, ভাগফল ১৫২ ও ভাগশেষ ৬৭। ভাজক কত?

(গ) ভাজ্য ৩৫৭৯২, ভাজক ৪৭ ও ভাগশেষ ২৫। ভাগফল কত?

(ঘ) ভাজক ৩২৫, ভাগফল ৭২ ও ভাগশেষ ৯। ভাজ্য কত?

৪। ১০০০৮ ঘন্টায় কত দিন?

৫। পাঁচ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যাকে ৮৭ দিয়ে ভাগ কর।

৬। একটি ঝুড়িতে ৩৫৫টি আম আছে। ২৫৫৬০টি আমের জন্য এরূপ কয়টি ঝুড়ি লাগবে?

৭। ৫৪ দ্বারা একটি সংখ্যাকে ভাগ করে ভাগফল ১৮ ও ভাগশেষ ৫০ পাওয়া গেল। সংখ্যাটিকে ৭৩ দ্বারা ভাগ করা হলে, ভাগফল কী হবে?

৮। ৮, ৩, ৫, ০, ৭ অঙ্কগুলো একবার ব্যবহার করে গঠিত পাঁচ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যাকে তিন অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ভাগ কর।

৯। প্রতি জনকে ১৪০ টাকা করে দিলে ১০৫০০ টাকা লাগে। কতজন লোককে এ টাকা দেওয়া যাবে?

১০। দুইটি সংখ্যার গুণফল ৪৩২৯০। একটি সংখ্যা ৫৫৫ হলে, অপর সংখ্যাটি কত?

১১। ৯, ৪, ০, ২, ৬ অঙ্ক কয়টি একবার করে নিয়ে গঠিত ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটিকে ১৬৫ দ্বারা ভাগ কর।

১২। দুইটি সংখ্যার গুণফল ৮৯২৬২। একটি সংখ্যা ৩৪২ হলে, অপর সংখ্যাটি কত?

চার প্রক্রিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলি

খালি ঘর পূরণ কর :

(ক) ৬৪৫৩১৭ + ৮২৯৭ + ৫৩০৮৬ + ২৬৪৩০৯ + ৭০৮৩২১ = □

(খ) ৫২৬৩৯৪ + ২৩০০৮৭ + ৬৩০৮০১ + ৩১৯৫০০ + ৮০৯৬২৫ = □

(গ) ৬২৮৭১৩ − ৩৭২৯৪৬ = □

(ঘ) ৪৬২০৫১ − ৯৪৬০৮ = □

(ঙ) ৭৫০৪৩২ − ৩৬৪৮৫৩ = □

খালি ঘর পূরণ কর :

(ক)

	৫	৩	৬	□	১	৪
	২	□	৭	৯	৮	৫
	৬	৯	৫	৪	□	৬
	৭	৬	□	৮	৯	৭
২	□	২	৮	২	৬	□

(খ)

	৮	২	□	৭	৫	৩
	৬	৯	৮	□	৬	৭
	৫	৪	৭	৯	□	৮
	৩	□	৭	৫	৬	□
২	□	৯	৭	৪	১	৫

(গ)

	৮	৭	□	৫	০	৬
−	৯	৬	৭	৮	□	
	৭	৭	৮	□	২	৪

(ঘ)

	৯	৬	৪	□	২	৫
−	৫	□	৭	৪	৬	৮
	৩	৯	□	৪	৫	৭

সঠিক উত্তরে টিক (✓) চিহ্ন দাও :

(১) ১টি পেনসিলের দাম ৫ টাকা হলে, ৬ টি পেনসিলের দাম কত?
ক. ৩০ টাকা খ. ১৮ টাকা গ. ১৫ টাকা ঘ. ১২ টাকা

(২) ১টি খাতার দাম ১৫ টাকা হলে, ১০ টি খাতার দাম কত?
ক. ১১৫ টাকা খ. ১২৫ টাকা গ. ১৫০ টাকা ঘ. ২০০ টাকা

(৩) ৬টি পেনসিলের দাম ২৪ টাকা হলে, ১ টির দাম কত?
ক. ৩ টাকা খ. ৪ টাকা গ. ২৪ টাকা ঘ. ৭২ টাকা

(৪) ৫টি আমের দাম ৭৫ টাকা হলে, ১ টির দাম কত?
ক. ৩৭৫ টাকা খ. ১৭৫ টাকা গ. ৩০ টাকা ঘ. ১৫ টাকা

(৫) ৩ কেজি চালের দাম ৬০ টাকা হলে, ১ কেজির দাম কত?
ক. ১২ টাকা খ. ১৫ টাকা গ. ২০ টাকা ঘ. ৩০ টাকা

উদাহরণ ১। মিনা ও রিনার একত্রে ৭৫৩২ টাকা আছে। মিনার নিকট রিনা অপেক্ষা ৫৬০ টাকা বেশি থাকলে মিনা ও রিনার টাকার পরিমাণ কত?

সমাধান : মোট টাকা থেকে মিনার বেশি টাকা বাদ দিলে দুইজনের টাকার পরিমাণ সমান হবে।

৭৫৩২ টাকা– ৫৬০ টাকা = ৬৯৭২ টাকা

∴ রিনার আছে (৬৯৭২ ÷ ২) টাকা বা, ৩৪৮৬ টাকা।

সুতরাং, মিনার আছে (৩৪৮৬ + ৫৬০) টাকা বা, ৪০৪৬ টাকা।

∴ মিনার আছে ৪০৪৬ টাকা এবং রিনার আছে ৩৪৮৬ টাকা।

উদাহরণ ২। আলতাফ সাহেবের মাসিক বেতন ৯৮৭০ টাকা। তিনি প্রতি মাসে বাড়ি ভাড়া ৩৮০০ টাকা ও সংসার খরচ বাবদ ৫৬৫০ টাকা ব্যয় করেন। বাকি টাকা ব্যাংকে জমা রাখেন। আলতাফ সাহেবের বছরে কত টাকা জমা হয়?

সমাধান : প্রতি মাসে বাড়ি ভাড়া ও সংসার খরচ বাবদ ব্যয় হয় (৩৮০০ + ৫৬৫০) টাকা বা, ৯৪৫০ টাকা।

প্রতি মাসে ব্যাংকে জমা রাখেন (৯৮৭০ – ৯৪৫০) টাকা বা, ৪২০ টাকা

∴ ১ বছরে জমা হয় (৪২০ × ১২) টাকা = ৫০৪০ টাকা

উদাহরণ ৩। পিতা ও কন্যার বয়সের সমষ্টি ৮০ বছর। পিতার বয়স কন্যার বয়সের ৪ গুণ হলে, কার বয়স কত?

সমাধান : কন্যার বয়স = কন্যার বয়সের ১ গুণ

পিতার বয়স = কন্যার বয়সের ৪ গুণ

∴ পিতা ও কন্যার বয়সের সমষ্টি = কন্যার বয়সের ৫ গুণ

কন্যার বয়সের ৫ গুণ = ৮০ বছর

∴ কন্যার বয়স = ৮০ বছর ÷ ৫ = ১৬ বছর

∴ পিতার বয়স = ১৬ বছর × ৪ = ৬৪ বছর

∴ পিতার বয়স ৬৪ বছর এবং কন্যার বয়স ১৬ বছর।

ঐকিক নিয়ম

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে কেনাকাটার জন্য হিসাব করতে হয়। যেমন, ১০ টি পেনসিলের দাম ৬০ টাকা হলে, ৪ টি পেনসিলের দাম কত বের করি। এ জন্য ১০ টি পেনসিলের দামকে ১০ দিয়ে ভাগ করে প্রথমে ১টি পেনসিলের দাম নির্ণয় করি। পরে ১ টি পেনসিলের দামকে ৪ দিয়ে গুণ করে ৪ টি পেনসিলের দাম নির্ণয় করি।এভাবে প্রথমে একটির দাম বের করে সমস্যার সমাধান করার পদ্ধতিকে ঐকিক নিয়ম বলা হয়। ঐকিক নিয়মে যে রাশিটি বের করতে হবে সে রাশিটি অবশ্যই অঙ্ক সাজানোর সময় প্রথম লাইনের শেষের দিকে রাখতে হবে।

উদাহরণ ৪। ৯টি বইয়ের দাম ২১৬ টাকা হলে, ১২টি বইয়ের দাম কত?

সমাধান : ৯টি বইয়ের দাম ২১৬ টাকা

∴ ১ " " " (২১৬ ÷ ৯) টাকা = ২৪ টাকা

∴ ১২" " " (১২ × ২৪) টাকা = ২৮৮ টাকা

উদাহরণ ৫। ১২ ডজন খাতার দাম ২৩০৪ টাকা। ৮টি খাতার দাম কত?

সমাধান : ১২ ডজন = (১২ × ১২) টি = ১৪৪ টি [∵১ ডজন = ১২টি]

১৪৪টি খাতার দাম ২৩০৪ টাকা

∴ ১ " " " (২৩০৪ ÷ ১৪৪) টাকা = ১৬ টাকা

∴ ৮ " " " (৮ × ১৬) টাকা = ১২৮ টাকা

উদাহরণ ৬। একশ লিচুর দাম ৩০০ টাকা হলে, ২৫ টি লিচুর দাম কত?

সমাধান : ১০০ টি লিচুর দাম ৩০০ টাকা

∴ ১ " " " (৩০০ ÷ ১০০) টাকা = ৩ টাকা

∴ ২৫ " " " (২৫ × ৩) টাকা = ৭৫ টাকা

উদাহরণ ৭। একজন শ্রমিক সপ্তাহে ১৫৭৫ টাকা আয় করেন। ১২ দিনে তিনি কত টাকা আয় করবেন?

সমাধান : ৭ দিনে আয় করেন ১৫৭৫ টাকা

∴ ১ " " " (১৫৭৫ ÷ ৭) টাকা = ২২৫ টাকা

∴ ১২ " " " (১২ × ২২৫) টাকা = ২৭০০ টাকা

উদাহরণ ৮। একটি ছাত্রাবাসে ৪০ জন ছাত্রের ২০ দিনের খাদ্য আছে। যদি ছাত্রাবাসে আরও ১০ জন নতুন ছাত্র আসে, তবে ঐ খাদ্যে তাদের কত দিন চলবে?

সমাধান : ১০ জন নতুন ছাত্র আসায় মোট ছাত্র সংখ্যা হলো (৪০+১০) জন বা ৫০ জন।

৪০ জন ছাত্রের চলে ২০ দিন

∴ ১ " " " (২০ × ৪০) দিন = ৮০০ দিন

∴ ৫০ " " " (৮০০ ÷ ৫০) দিন = ১৬ দিন

লক্ষ করি : একই পরিমাণ খাদ্য খাওয়ার জন্য ছাত্রের সংখ্যা কমলে দিনের সংখ্যা বাড়ে, তাই দ্বিতীয় ধাপে গুণ করা হয়েছে। আবার ছাত্রের সংখ্যা বাড়লে দিনের সংখ্যা কমে তাই তৃতীয় ধাপে ভাগ করা হয়েছে।

উদাহরণ ৯। ৬ জন লোক ২১ দিনে কোনো জমির ফসল কাটতে পারে। ১৮ জন লোক কত দিনে ঐ জমির ফসল কাটতে পারবে?

সমাধান : ৬ জন লোক ফসল কাটতে পারে ২১ দিনে

∴ ১ " " " " (২১ × ৬) দিনে = ১২৬ দিনে

∴ ১৮ " " " " (১২৬ ÷ ১৮) দিনে = ৭ দিনে

উদাহরণ ১০। একটি পুকুর খনন করতে ২০০ জন লোকের ১৫ দিন লাগে। পুকুরটি ১০ দিনে খনন করতে চাইলে অতিরিক্ত কতজন নিয়োগ করা প্রয়োজন?

সমাধান : ১৫ দিনে পুকুরটি খনন করে ২০০ জন লোকে

∴ ১ " " " " (২০০ × ১৫) জন লোকে = ৩০০০ জন লোকে

∴ ১০ " " " " (৩০০০ ÷ ১০) জন লোকে = ৩০০ জন লোকে।

অতিরিক্ত লোক প্রয়োজন (৩০০−২০০) জন = ১০০ জন

∴ অতিরিক্ত ১০০ জন লোক নিয়োগ করতে হবে।

অনুশীলনী ৩ (ক)

১। শূন্যস্থান পূরণ কর :

(ক) ১ ডজন কলার দাম ৩০ টাকা হলে, ৩ ডজন কলার দাম ____ টাকা।
(খ) ১০টি ডিমের দাম ৪০ টাকা হলে, ১টি ডিমের দাম ____ টাকা।
(গ) ৬টি পেনসিলের দাম ২৪ টাকা হলে, ১টি পেনসিলের দাম ____ টাকা।
(ঘ) ৩টি ঝুড়িতে ৪৮ টি আম ধরে। ১টি ঝুড়িতে ধরে ____ টি আম।
(ঙ) ১টি ঝুড়িতে ধরে ৮টি আম। ৯টি ঝুড়িতে ধরে ____ টি আম।

২। ২০ জন লোক একটি কাজ ১৫ দিনে করতে পারে। ১৫ জন লোক ঐ কাজ কত দিনে করতে পারবে?

৩। ১৬ জন লোক একটি কাজ ৫ দিনে করতে পারে। ঐ কাজ ২০ জন লোক কত দিনে করতে পারবে?

৪। ৮ জন লোক ২১ দিনে কোনো জমির ফসল কাটতে পারে। ১৪ জনে কত দিনে ঐ জমির ফসল কাটতে পারবে?

৫। ২০০ জন লোক যে খাদ্য ২০ দিনে খেতে পারে, কতজন লোক সে খাদ্য ৪০ দিনে খেতে পারবে?

৬। একজন শ্রমিক সপ্তাহে ৪৯০ টাকা আয় করেন। ১০৫০ টাকা আয় করতে তাঁর কত দিন লাগবে?

৭। ৪৫ জন লোকের যে খাদ্যে ২০ দিন চলে, কতজন লোকের ঐ খাদ্যে ২৫ দিন চলবে?

৮। একটি ছাত্রীবাসে ১৬ জন ছাত্রীর ২৫ দিনের খাদ্য আছে। কয়েকজন নতুন ছাত্রী আসায় ২০ দিনে খাদ্য শেষ হয়ে গেল। নতুন ছাত্রীর সংখ্যা কত?

৯। কোনো ছাত্রাবাসে ৫০০ জন ছাত্রের ৫০ দিনের খাবার আছে। ১০ দিন পর ঐ ছাত্রাবাসে আরও ৩০০ জন ছাত্র আসল। বাকি খাদ্যে তাদের আর কত দিন চলবে?

১০। কোনো পরিবারে ৮ জন লোকের ২৬ দিনের খাদ্য আছে। ৫ দিন পর ১ জন লোক বাহিরে চলে গেল। এখন বাড়ির লোকের অবশিষ্ট খাদ্যে আর কতদিন চলবে?

১১। একটি পুকুর খনন করতে ২০০ জন লোকের ২৫ দিন লাগে। পুকুরটি ২০ দিনে খনন করতে চাইলে অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করা প্রয়োজন?

১২। একটি কাজ ৩০ জন লোক ১৮ দিনে সম্পন্ন করতে পারে। কাজটি ১২ দিনে সম্পন্ন করতে হলে আরও কতজন লোকের প্রয়োজন হবে?

১৩। ১৬ জন লোকের ১ সপ্তাহে ৫৬ কেজি চাল লাগে। ২৪ জন লোকের চার সপ্তাহে কত কেজি চাল লাগবে?

বন্ধনীর ব্যবহার

দুইটি গাণিতিক বাক্য থেকে একটি গাণিতিক বাক্য গঠন করতে আমরা বন্ধনীর ব্যবহার করি।

অপূর্বকে তার বাবা খাতা ও পেনসিল কেনার জন্য ৫০ টাকা দিলেন। অপূর্ব ১৬ টাকা দিয়ে একটি খাতা এবং ১২ টাকা দিয়ে দুইটি পেনসিল কিনল। খাতা ও পেনসিল কেনার পরে অপূর্বের কাছে ২২ টাকা থাকল।

গাণিতিক বাক্য
৫০−(১৬+১২)
= ৫০−২৮ = ২২

গাণিতিক বাক্য
৫০−১৬−১২=২২

গাণিতিক বাক্য দুইটি তুলনা করলে দেখা যায় যে, বিয়োগ চিহ্নযুক্ত সংখ্যাকে একত্রিত করার জন্য ( ) বন্ধনী ব্যবহার করা হয়েছে এবং বিয়োগবোধক সংখ্যাগুলোকে একত্রে যোগ করা হয়েছে। লক্ষ করি, ৫০−(১৬+১২) = ৫০−১৬−১২

অর্থাৎ, বন্ধনীর পূর্বে বিয়োগ চিহ্ন থাকলে বন্ধনী তুললে বন্ধনীর ভিতরের সংখ্যাগুলোর চিহ্ন পরিবর্তন করতে হয়। গাণিতিক বাক্যে যোগ বিয়োগের পূর্বে গুণ ও ভাগের কাজ করতে হয়। তবে বন্ধনী থাকলে বন্ধনীর ভিতরের অংশের হিসাব আগে করতে হয়।

যেমন, ১৫ − ৪২ ÷ (১১ + ৩) = ১৫ − ৪২ ÷ ১৪ = ১৫ − ৩ = ১২

মনে রাখি

- বাম থেকে ডানে হিসাব করতে হয়।
- প্রথমে গুণ ও ভাগের এবং সর্বশেষ যোগ ও বিয়োগের কাজ করা হয়।
- বন্ধনী থাকলে বন্ধনীর ভিতরের অংশের হিসাব আগে করতে হয়।
- প্রথমে প্রথম বন্ধনী, পরে দ্বিতীয় বন্ধনী এবং শেষে তৃতীয় বন্ধনীর কাজ করা হয়।

উদাহরণ ১। সরল কর : ২৫ ÷ ৫ × [৫ × {২৪ ÷ (১৮ − ১৫)}]

সমাধান : ২৫ ÷ ৫ × [৫ × {২৪ ÷ (১৮ − ১৫)}]

= ২৫ ÷ ৫ × [৫ × {২৪ ÷ ৩}]

= ২৫ ÷ ৫ × [৫ × ৮]

= ২৫ ÷ ৫ × ৪০

= ৫ × ৪০

= ২০০

উদাহরণ ২। সরল কর : ৭৮ − [৫৬ + {১৬৫ − (৪৮ ÷ ৬ × ৯) × ২}]

সমাধান : ৭৮ − [৫৬ + {১৬৫ − (৪৮ ÷ ৬ × ৯) × ২}]

= ৭৮ − [৫৬ + {১৬৫ − (৮ × ৯) × ২}]

= ৭৮ − [৫৬ + {১৬৫ − ৭২ × ২}]

= ৭৮ − [৫৬ + {১৬৫ − ১৪৪}]

= ৭৮ − [৫৬ + ২১]

= ৭৮ − ৭৭

= ১

উদাহরণ ৩। সরল কর : ৪৮ ÷ [৪ + ২৮ ÷ {৪ + ১২ ÷ (৭ − ৩)}]

সমাধান : ৪৮ ÷ [৪ + ২৮ ÷ {৪ + ১২ ÷ (৭ − ৩)}]

= ৪৮ ÷ [৪ + ২৮ ÷ {৪ + ১২ ÷ ৪}]

= ৪৮ ÷ [৪ + ২৮ ÷ {৪ + ৩}]

= ৪৮ ÷ [৪ + ২৮ ÷ ৭]

= ৪৮ ÷ [৪ + ৪]

= ৪৮ ÷ ৮

= ৬

উদাহরণ ৪। সরল কর : (৩৬ ÷ ৩) × {৪ (৫ + ৪ − ৮ + ১)}

সমাধান : (৩৬ ÷ ৩) × {৪ (৫ + ৪ − ৮ + ১)}

= ১২ × {৪ (৫ + ৪ + ১− ৮)}

= ১২ × {৪ × ২}

= ১২ × ৮

= ৯৬

উদাহরণ ৫। ৬টি চেয়ার ও ৪টি টেবিলের মূল্য একত্রে ৯৫৭০ টাকা। একটি চেয়ারের মূল্য ৬৭৫ টাকা হলে, একটি টেবিলের মূল্য কত?

সমাধান : ১টি চেয়ারের মূল্য ৬৭৫ টাকা

∴ ৬টি চেয়ারের মূল্য (৬৭৫ × ৬)টাকা

= ৪০৫০ টাকা

৬টি চেয়ার ও ৪টি টেবিলের মূল্য একত্রে ৯৫৭০ টাকা।

৬টি চেয়ারের মূল্য ৪০৫০ টাকা

∴ ৪টি টেবিলের মূল্য = (৯৫৭০−৪০৫০) টাকা

বা, ৫৫২০ টাকা

∴ ১টি টেবিলের মূল্য (৫৫২০ ÷ ৪) টাকা বা, ১৩৮০ টাকা

সংক্ষিপ্ত সমাধান :

১টি টেবিলের মূল্য

[{৯৫৭০−(৬৭৫×৬)} ÷৪] টাকা

=[{৯৫৭০−৪০৫০} ÷৪] টাকা

=[৫৫২০÷৪] টাকা

=১৩৮০ টাকা

∴ ১টি টেবিলের মূল্য ১৩৮০ টাকা।

উদাহরণ ৬। কোনো ভাগ অঙ্কে ভাজক ৭৮, ভাগফল ২৫ এবং ভাগশেষ ভাজকের তিন ভাগের এক ভাগ, ভাজ্য কত?

সমাধান : আমরা জানি,

ভাজ্য = ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ

= ৭৮ × ২৫ + (৭৮ ÷ ৩)

= ১৯৫০ + ২৬

= ১৯৭৬

∴ ভাজ্য ১৯৭৬

অনুশীলনী ৩ (খ)

১। বিয়োজন ৯৮৫২১৪ এবং বিয়োজ্য ৯৭৪৬৫ হলে, বিয়োগফল কত?

২। কোনো সংখ্যা থেকে ৬৮৯৭৫ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৭৯৪৭৬৮ হয়। সংখ্যাটি কত?

৩। ছয় অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা থেকে পাঁচ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা বিয়োগ কর।

৪। চার অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যার সাথে কত যোগ করলে যোগফল ৯ লক্ষ হবে?

৫। ৬, ৮, ৯, ৫, ০, ৪ অঙ্কগুলোর প্রত্যেকটি একবার ব্যবহার করে গঠিত ছয় অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার বিয়োগফল কত?

৬। রাজুর বাবা ২৫৮৩০ টাকার ধান, ৩০৬৪৫ টাকার গম ও ৯৭৮৬ টাকার ছোলা বিক্রয় করলেন এবং ৪৫৯২৭ টাকার পাট কিনলেন। তাঁর নিকট কত টাকা রইল?

৭। একটি বিদ্যালয়ে ৭৮৫ জন শিক্ষার্থী ছিল। বছরের প্রথমে ১৪২ জন শিক্ষার্থী বিদ্যালয় থেকে চলে গেল এবং ২৫০ জন শিক্ষার্থী নতুন ভর্তি হলো। ঐ বিদ্যালয়ে শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত হলো?

৮। বিজয় দিবসে স্কুল সাজাতে প্রমা, রিমি ও মনীষা ৭০টি পতাকা বানাল। দেখা গেল প্রমা রিমির চেয়ে ৫টি পতাকা বেশি বানিয়েছে। আবার মনীষা প্রমার চেয়ে ৬টি পতাকা বেশি বানিয়েছে। তারা প্রত্যেকে কে কয়টি পতাকা বানিয়েছে?

৯। মীনার নিকট ৪৫৯৮৭ টাকা আছে। রাজুর নিকট মীনা অপেক্ষা ৮২৫০ টাকা কম আছে। রনির নিকট রাজু অপেক্ষা ৯৮৫ টাকা বেশি আছে। তিনজনের মোট কত টাকা?

১০। চারটি সংখ্যার যোগফল ৪৬৮৫২০। প্রথম দুইটি সংখ্যা ৭৩৫৮৪ ও ৬৪২০৯। তৃতীয় সংখ্যাটি প্রথম সংখ্যা অপেক্ষা ৯৪৮৫ কম। চতুর্থ সংখ্যাটি কত?

১১। ৯ ডজন পেনসিলের দাম ১৬২০ টাকা। ১টি পেনসিলের দাম কত?

১২। ৩৮ হালি কলার দাম ১২১৬ টাকা। ১টি কলার দাম কত?

১৩। পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৯৬ বছর। পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৩ গুণ হলে, কার বয়স কত?

১৪। একটি ঝুড়িতে ১৬৮ টি আম আছে। এরূপ ১৫টি ঝুড়িতে যতগুলো আম আছে তা থেকে মীনাকে ৭৮০ টি এবং রনিকে ৭৫০ টি আম দেওয়া হলো। বাকি আম রাজুকে দেওয়া হলো, রাজু কতটি আম পেল?

১৫। কোনো ভাগ অঙ্কে ভাজ্য ৮৯০৩, ভাজক ৮৭ এবং ভাগশেষ ২৯ হলে, ভাগফল কত?

১৬। কোনো ভাগ অঙ্কে ভাজক ভাগশেষের ১২ গুণ এবং ভাজ্য ৯৮৯৬। ভাগশেষ ৮ হলে, ভাগফল কত?

১৭। দুইটি সংখ্যার গুণফল ৬২৭২, একটি সংখ্যার ৪ গুণ ২৫৬ হলে, অপর সংখ্যাটি কত?

১৮। ২টি গরু ও ৩টি খাসির মূল্য একত্রে ২৫০৮০ টাকা। ১টি খাসির মূল্য ৩৫৬০ টাকা হলে, ১টি গরুর মূল্য কত?

১৯। ১৪টি চেয়ার ও ৬টি টেবিলের মূল্য একত্রে ১৭৬৫০ টাকা। একটি টেবিলের মূল্য ১২৫০ টাকা। একটি চেয়ারের মূল্য কত?

২০। রাজু ও রনির একত্রে ৬৯০টি লিচু আছে। রাজু অপেক্ষা রনির ৮৬ টি কম আছে। রাজু ও রনির লিচুর পরিমাণ কত?

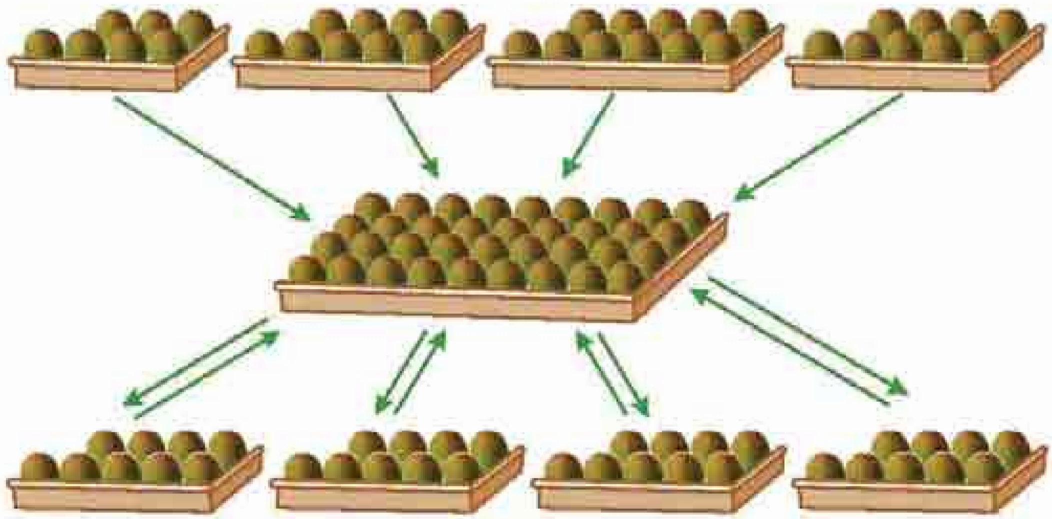
২১। ফরিদা ও ফাতেমার বেতন একত্রে ১৯৯৫০ টাকা। ফাতেমার বেতন ফরিদা অপেক্ষা ২৪৫০ টাকা বেশি। ফরিদা ও ফাতেমা প্রত্যেকের বেতন কত?

২২। জালাল সাহেবের মাসিক বেতন ৮৭৬৫ টাকা। তিনি প্রতি মাসে বাড়ি ভাড়া ৩২২৫ টাকা ও অন্যান্য খরচ বাবদ ৪৮৫০ টাকা ব্যয় করেন। বাকি টাকা ব্যাংকে জমা রাখেন। ৮ মাসে তাঁর কত টাকা জমা হয়?

২৩। জাহিদুল হাসান একটি ডিপার্টমেন্টাল স্টোর থেকে ৪০ কেজি চাল, ২৬৫ টাকার সয়াবিন তেল ও ৫৮৮ টাকার মাছ কিনলেন। প্রতি কেজি চালের দাম ১৮ টাকা। তিনি দোকানদারকে ২০০০ টাকা দিলেন। দোকানদার তাঁকে কত টাকা ফেরত দেবেন?

চতুর্থ অধ্যায়

গড়



উপরের ছবিতে প্রথম ঝুড়িতে ৭টি, দ্বিতীয় ঝুড়িতে ৯টি, তৃতীয় ঝুড়িতে ১১টি, চতুর্থ ঝুড়িতে ৯টি আম রয়েছে। বড় একটি ঝুড়িতে ঐ চারটি ঝুড়ির আম একত্রে রাখা হলো; এতে বড় ঝুড়িতে মোট (৭+৯+১১+৯)টি = ৩৬টি আম রইল। যদি চারটি ঝুড়ির প্রত্যেকটিতে ৯টি করে আম থাকত, তাহলেও ঝুড়ি চারটির আমের মোট সংখ্যা ৯+৯+৯+৯ = ৩৬ হতো। এ অবস্থায় আমরা বলি, ঝুড়ি চারটিতে আমের গড় সংখ্যা ৯।

এখানে, ৯ = ৩৬ ÷ ৪

= ঝুড়ি চারটিতে আমের মোট সংখ্যা ÷ ঝুড়ির সংখ্যা।

সাধারণভাবে,

একই জাতীয় একাধিক রাশির গড় = রাশিগুলোর যোগফল ÷ রাশিগুলোর সংখ্যা

উপরের উদাহরণে চারটি ঝুড়িতে মোট আম ছিল ৩৬ টি এবং ঝুড়িগুলোতে গড়ে ছিল ৯টি আম। এখানে, ৯ × ৪ = ৩৬।

সাধারণভাবে, গড় × রাশিগুলোর সংখ্যা = রাশিগুলোর যোগফল

গড় নির্ণয়

উদাহরণ ১। মিনা, মিঠু, রুনু, রনি ও নীলার বয়স যথাক্রমে ১০, ১২, ১৩, ১১ ও ১৪ বছর। তাদের গড় বয়স কত ?

সমাধান: এখানে রাশিগুলোর যোগফল
=(১০+১২+১৩+১১+১৪) বছর
= ৬০ বছর
রাশিগুলোর সংখ্যা = ৫
সুতরাং, বয়সের গড় = ৬০ বছর ÷ ৫
= (৬০ ÷ ৫) বছর
= ১২ বছর
∴ গড় বয়স ১২ বছর।

উদাহরণ ২। একজন ক্রিকেট খেলোয়াড়ের আটটি ওয়ানডে ম্যাচের সিরিজে সংগৃহীত রান ৪৭, ১৯, ২৩, ১২, ৩৭, ৩, ১৪, ১৩। তিনি গড়ে কত রান করেছেন?

সমাধান: মোট রান
= ৪৭+১৯+২৩+১২+৩৭+৩+১৪+১৩
= ১৬৮
ম্যাচের সংখ্যা = ৮
সুতরাং, রানের গড় = ১৬৮ ÷ ৮
= ২১
তিনি গড়ে ২১ রান করেছেন।

উদাহরণ ৩। বাংলাদেশের কোনো স্থানের ২০১১ সালের বারো মাসে বৃষ্টিপাতের পরিমাণ নিম্নরূপ:

মাস	বৃষ্টিপাতের পরিমাণ	মাস	বৃষ্টিপাতের পরিমাণ
জানুয়ারি	২৩ মি.মি.	জুলাই	২৯৬ মি.মি.
ফেব্রুয়ারি	০৬ মি.মি.	আগস্ট	২৭১ মি.মি.
মার্চ	১৮ মি.মি.	সেপ্টেম্বর	১০৪ মি.মি.
এপ্রিল	৫৭ মি.মি.	অক্টোবর	৩৩ মি.মি.
মে	৩১ মি.মি.	নভেম্বর	২১ মি.মি.
জুন	১০৮ মি.মি.	ডিসেম্বর	০৪ মি.মি.

ঐ স্থানে ২০১১ সালে মাসিক গড় বৃষ্টিপাতের পরিমাণ কত?

সমাধান : বৃষ্টিপাতের মোট পরিমাণ
= (২৩+০৬+১৮+৫৭+৩১+১০৮+২৯৬+২৭১+১০৪+৩৩+২১+০৪) মি.মি.
= ৯৭২ মি.মি; মাসের সংখ্যা = ১২
সুতরাং, বৃষ্টিপাতের মাসিক গড় = (৯৭২ মি.মি) ÷ ১২
= (৯৭২ ÷ ১২) মি.মি.
= ৮১ মি.মি.
∴ ঐ স্থানে ২০১১ সালে মাসিক গড় বৃষ্টিপাতের পরিমাণ ৮১ মি.মি.।

উদাহরণ ৪। একটি যৌথ ব্যবসায় হেলেন ১৫,০০০ টাকা, কামাল ২০,৫০০ টাকা, হালিম ১৮,০০০ টাকা, তিতাস ১৩,৫০০ টাকা এবং শিশির ১৭,০০০ টাকা বিনিয়োগ করল। ব্যবসায় তারা গড়ে কত টাকা বিনিয়োগ করল?

সমাধান : মোট বিনিয়োগ
=(১৫,০০০+২০,৫০০+১৮,০০০+১৩,৫০০+১৭,০০০) টাকা
=৮৪,০০০ টাকা
বিনিয়োগকারীর সংখ্যা = ৫
সুতরাং, গড় বিনিয়োগ = ৮৪০০০ টাকা ÷ ৫
= (৮৪,০০০ ÷ ৫) টাকা
= ১৬,৮০০ টাকা।

উদাহরণ ৫। পাঁচটি ম্যাচের একটি টেস্ট সিরিজের ক্রিকেট খেলায় সফরকারী দলের ছয়জন ব্যাটসম্যানের রানের গড় ৭৬, চারজন বোলারের রানের গড় ২১। ঐ সিরিজে ঐ খেলোয়াড়রা গড়ে কত রান করেছিলেন?

সমাধান : ৬ জন ব্যাটসম্যানের পাঁচটি ম্যাচের সংগৃহীত মোট রান
= ৬×৭৬×৫ = ৭৬×৩০
= ২২৮০
৪ জন বোলারের পাঁচটি ম্যাচে সংগৃহীত মোট রান = ৪×২১×৫
= ২১×২০
= ৪২০
∴ সর্বমোট রান = ২২৮০+৪২০ = ২৭০০
গড় নির্ণয়ে বিবেচ্য রাশির সংখ্যা = খেলোয়াড়ের সংখ্যা × ম্যাচের সংখ্যা
= ১০×৫
= ৫০
সুতরাং, গড় রান = ২৭০০ ÷ ৫০ = ৫৪

সফরকারী দলের খেলোয়াড়রা পাঁচটি খেলায় গড়ে ৫৪ রান করেছিলেন।

উদাহরণ ৬। তেরোটি সংখ্যার যোগফল ১৯২৪। এদের সাতটি সংখ্যার গড় ১৭২। অন্য ছয়টি সংখ্যার গড় কত? সবগুলো সংখ্যার গড় কত?

সমাধান : সাতটি সংখ্যার গড় ১৭২। অতএব, ৭টি সংখ্যার যোগফল = ১৭২×৭
= ১২০৪

সুতরাং, অন্য ৬টি সংখ্যার যোগফল= ১৯২৪ – ১২০৪
= ৭২০

অতএব, ৬টি সংখ্যার গড়= ৭২০ ÷ ৬
= ১২০

সবগুলো, অর্থাৎ ১৩টি সংখ্যার গড় = ১৯২৪ ÷ ১৩
= ১৪৮

অন্য ছয়টি সংখ্যার গড় ১২০। সবগুলো সংখ্যার গড় ১৪৮।

উদাহরণ ৭। দোলন পঞ্চম শ্রেণির সমাপনী পরীক্ষায় বাংলায় ৮২, ইংরেজিতে ৭৫, গণিতে ৯২, সমাজে ৭৮, বিজ্ঞানে ৯৩ ও ধর্মে ৯৬ নম্বর পেয়েছে। সে গড়ে কত নম্বর পেয়েছে?

সমাধান : দোলন ৬টি বিষয়ে মোট নম্বর পেয়েছে
৮২+৭৫+৯২+৭৮+৯৩+৯৬
= ৫১৬

বিষয়ের সংখ্যা ৬

সুতরাং, প্রাপ্ত নম্বরের গড় = ৫১৬ ÷ ৬ = ৮৬

দোলন প্রতিটি বিষয়ে গড়ে ৮৬ নম্বর পেয়েছে।

অনুশীলনী ৪

১। গড় নির্ণয় কর :

(ক) ২৩, ৩৭, ৪৭, ৬১ (খ) ২২, ৪৬, ৬০, ৭২

(গ) ৩৬৪ টাকা, ৫৪১ টাকা, ৭৭৫ টাকা।

(ঘ) ৪৭ সে.মি., ৪৯ সে.মি., ৫৪ সে.মি., ৫২ সে.মি., ৫৩ সে.মি.।

(ঙ) ৪২ কেজি, ৩২ কেজি, ৩৭ কেজি, ২৯ কেজি, ৪১ কেজি, ৩৫ কেজি।

২। লিলি বিভিন্ন দামের আটটি ফিতা কিনল। ফিতাগুলোর গড় মূল্য ৫ টাকা ৭৫ পয়সা হলে, লিলি কত টাকার ফিতা কিনেছিল?

৩। মলি বার্ষিক পরীক্ষায় বাংলায় ৬৮, গণিতে ৯৬, ইংরেজিতে ৮১, পরিবেশ পরিচিতি–বিজ্ঞানে ৭৭ এবং ধর্মে ৭৩ নম্বর পেয়েছে। সে প্রতি বিষয়ে গড়ে কত নম্বর পেয়েছে?

৪। কলি, ডলি, পলি, মলি ও লিলির উচ্চতা যথাক্রমে ১২৩ সে.মি., ১৩১ সে.মি., ১৩৫ সে.মি., ১২৬ সে.মি. এবং ১৩০ সে.মি.। তাদের গড় উচ্চতা কত?

৫। অপু ও দীপুর গড় বয়স ২২ বছর, দীপু ও টিপুর গড় বয়স ২৪ বছর। অপুর বয়স ২১ বছর; দীপু ও টিপুর বয়স কত?

৬। সাতটি সংখ্যার যোগফল ৪০১। প্রথম তিনটি সংখ্যার গড় ৫৬ এবং শেষের তিনটি সংখ্যার গড় ৫৮। চতুর্থ সংখ্যাটি কত?

৭। এগারোটি সংখ্যার মধ্যে প্রথম ছয়টি সংখ্যার গড় ৮৭ এবং শেষের পাঁচটি সংখ্যার গড় ১৩১। সবগুলো সংখ্যার গড় কত?

৮। একটি ইউনিয়নের পাঁচটি গ্রামের জনসংখ্যা যথাক্রমে ১৩২৭, ১৮৭২, ২১৮৭, ২৫১৬ এবং ২৯৪৩। গ্রামগুলোর গড় জনসংখ্যা কত?

৯। বার্ষিক পরীক্ষায় দশ জন ছাত্রছাত্রীর গণিতের নম্বর নিম্নরূপ : ৭৬, ৬১, ৮৭, ৫৬, ৪২, ৬৪, ৭৩, ৬৮, ৫০, ৭৩। গণিতে এদের গড় নম্বর কত?

১০। তিন সন্তান ও তাদের পিতার গড় বয়স ১৭ বছর। ঐ তিন সন্তান ও তাদের মাতার গড় বয়স ১৩ বছর। মাতার বয়স ২২ বছর হলে, পিতার বয়স কত?

১১। আষাঢ় মাসের প্রথম দশ দিনে ঢাকায় দৈনিক গড়ে ২৩ মি.মি. দ্বিতীয় দশ দিনে দৈনিক গড়ে ২৭ মি.মি., তৃতীয় দশ দিনে দৈনিক গড়ে ২৯ মি.মি. এবং মাসের শেষ দিনে ১৬ মি.মি. বৃষ্টিপাত হলো। ঐ মাসে ঢাকায় দৈনিক গড় বৃষ্টিপাতের পরিমাণ কত?

পঞ্চম অধ্যায়

গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.)

২৪ ও ৩৬ এর গ.সা.গু. নির্ণয় করি।

প্রথম পদ্ধতি

সংখ্যা দুইটির সাধারণ গুণনীয়কগুলো লিখি।

২৪ এর সকল গুণনীয়ক : ১ , ২ , ৩ , ৪, ৬ , ৮, ১২, ২৪

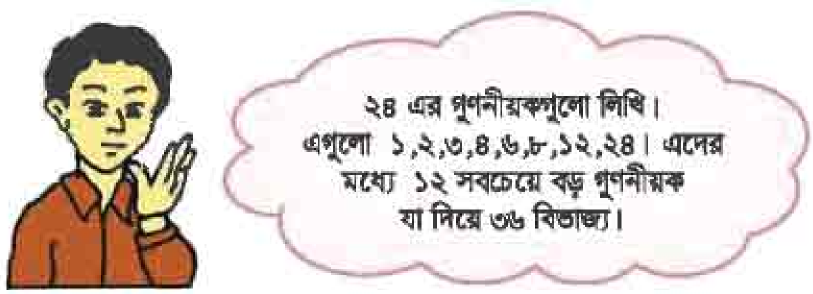
৩৬ এর সকল গুণনীয়ক : ১ , ২ , ৩ , ৪, ৬ , ৯, ১২, ১৮, ৩৬

সংখ্যা দুইটির সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে ১২ সবচেয়ে বড় বা গরিষ্ঠ।

সুতরাং ২৪ ও ৩৬ এর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা, গ.সা.গু. ১২।

দ্বিতীয় পদ্ধতি

প্রথম সংখ্যাটির গুণনীয়কগুলো লিখি। অন্য সংখ্যাটি যে সকল গুণনীয়ক দ্বারা বিভাজ্য তা নির্ণয় করি।



২৪ এর সকল গুণনীয়ক : ১ , ২ , ৩ , ৪, ৬ , ৮, ১২, ২৪

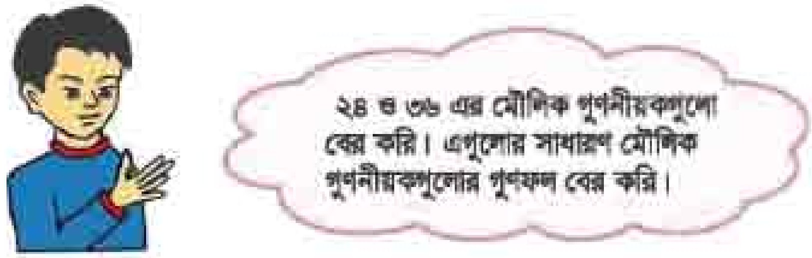
৩৬ যে গুণনীয়ক দ্বারা বিভাজ্য : ১, ২, ৩, ৪, ৬, ১২

সংখ্যা দুইটির সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে ১২ সবচেয়ে বড়।

সুতরাং ২৪ ও ৩৬ এর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা, গ.সা.গু. ১২।

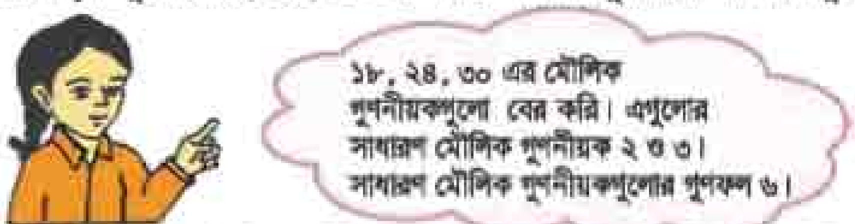
তৃতীয় পদ্ধতি

সংখ্যা দুইটির সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলো বের করি।



২৪ এর সকল মৌলিক গুণনীয়ক : ২ , ২ , ২, ৩ যেহেতু ২৪ = ২×২×২×৩
৩৬ এর সকল মৌলিক গুণনীয়ক : ২ , ২ , ৩ , ৩ যেহেতু ৩৬ = ২×২×৩×৩
সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলো ২, ২, ৩ এবং এদের গুণফল = ২×২×৩ = ১২।
সুতরাং ২৪ ও ৩৬ এর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা গ.সা.গু. ১২।

এখন ১৮, ২৪, ৩০ সংখ্যা তিনটির গুণনীয়কগুলো বিবেচনা করি :
১৮ এর সকল গুণনীয়ক : ১ , ২ , ৩ , ৬ , ৯, ১৮
২৪ এর সকল গুণনীয়ক : ১ , ২ , ৩ , ৪, ৬ , ৮, ১২, ২৪
৩০ এর সকল গুণনীয়ক : ১ , ২ , ৩ , ৫, ৬ , ১০, ১৫, ৩০
অতএব, সংখ্যা তিনটির সাধারণ গুণনীয়কগুলো ১, ২, ৩, ৬। এদের মধ্যে ৬ সবচেয়ে বড়। সুতরাং ১৮, ২৪, ৩০ এর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা গ.সা.গু. ৬।



সংখ্যা তিনটির সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক ২ ও ৩, যাদের গুণফল হলো সংখ্যা ৩টির গ.সা.গু.।

- একাধিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে সবচেয়ে বড়টি তাদের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.)।
- একাধিক সংখ্যার গ.সা.গু. = এদের সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলোর গুণফল।
- সংখ্যাগুলোর কোনো সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক না থাকলে তাদের গ.সা.গু. ১।
- গুণনীয়কের অপর নাম উৎপাদক।

মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে গ.সা.গু. নির্ণয়

উদাহরণ ১। ১২৫ ও ২২৫ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ১২৫ = ৫ × ২৫
= ৫ × ৫ × ৫
২২৫ = ৫ × ৪৫
= ৫ × ৫ × ৯
= ৫ × ৫ × ৩ × ৩

১২৫ ও ২২৫ এর মৌলিক উৎপাদকগুলোর মধ্যে সাধারণ উৎপাদক ৫ ও ৫।

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. = ৫ × ৫ = ২৫

উদাহরণ ২। ৪০, ৬০ ও ৭৫ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ৪০ = ২×২০ = ২×২×১০
= ২×২×২×৫
৬০ = ৩×২০ = ৩×২×২×৫
৭৫ = ৩×২৫ = ৩×৫×৫

দেখা যাচ্ছে যে, ৪০, ৬০, ৭৫ এই তিনটি সংখ্যার একমাত্র সাধারণ মৌলিক উৎপাদক ৫।

সুতরাং, এদের গ.সা.গু. ৫।

উদাহরণ ৩। ৪৮, ৭২ ও ১৬৮ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ৪৮=৬×৮=২×৩×২×২×২
= ২×২×২×২×৩
৭২ = ৮×৯ = ২×২×২×৩×৩
১৬৮ = ৮×২১ = ২×২×২×৩×৭

দেখা যাচ্ছে যে, ৪৮, ৭২, ১৬৮ সংখ্যা তিনটির সাধারণ মৌলিক উৎপাদক হলো ২, ২, ২, ৩। সুতরাং, সংখ্যা তিনটির গ.সা.গু. ২×২×২×৩ = ২৪

উদাহরণ ৪। ২৪, ৩০ ও ৭৭ এর গ.সা.গু নির্ণয় কর।

সমাধান : ২৪ = ৩×৮ = ৩×২×২×২ = ২×২×২×৩
৩০ = ৫×৬ = ৫×২×৩ = ২×৩×৫
৭৭ = ৭×১১

দেখা যাচ্ছে যে, ২৪, ৩০, ৭৭ সংখ্যা তিনটির কোনো সাধারণ মৌলিক উৎপাদক নাই। কিন্তু ১ যেকোনো সংখ্যারই গুণনীয়ক। সুতরাং প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর একমাত্র সাধারণ গুণনীয়ক ১। অতএব, এদের গ.সা.গু. ১।

একাধিক সংখ্যার কোনো সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক বা উৎপাদক না থাকলে তাদের গ.সা.গু. ১।

লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)

২৪ ও ৩৬ এর ল.সা.গু. নির্ণয় করি।

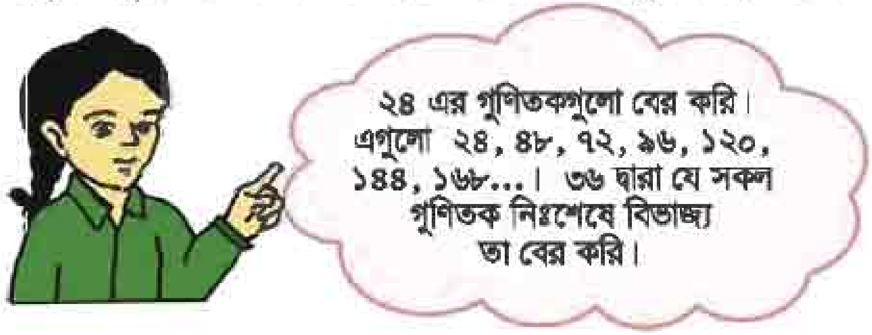
প্রথম পদ্ধতি

সংখ্যা দুইটির সাধারণ গুণিতকগুলো বের করি।

২৪ এর গুণিতক : ২৪, ৪৮, (৭২), ৯৬, ১২০, (১৪৪), ১৬৮, ১৯২, (২১৬), ২৪০ ইত্যাদি।
৩৬ এর গুণিতক: ৩৬ , (৭২), ১০৮ , (১৪৪), ১৮০ , (২১৬), ২৫২, ২৮৮ ইত্যাদি।
সংখ্যা দুইটির সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে ৭২ সবচেয়ে ছোট বা লঘিষ্ঠ।
সুতরাং ২৪, ৩৬ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা ল.সা.গু. ৭২।

দ্বিতীয় পদ্ধতি

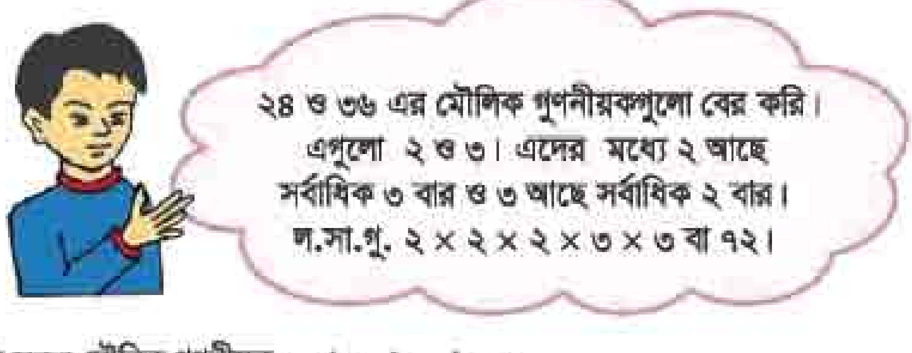
প্রথম সংখ্যাটির গুণিতকগুলো বের করি। অন্য সংখ্যাটি দ্বারা যে সকল গুণিতক বিভাজ্য তা নির্ণয় করি।



২৪ এর গুণিতক : ২৪, ৪৮, ৭২, ৯৬, ১২০, ১৪৪, ১৬৮, ১৯২, ২১৬, ২৪০ ইত্যাদি।
৩৬ দ্বারা বিভাজ্য : ৭২, ১৪৪, ২১৬
সংখ্যা দুইটির সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে ৭২ সবচেয়ে ছোট ।
সুতরাং ২৪, ৩৬ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা, ল.সা.গু. ৭২।

তৃতীয় পদ্ধতি

সংখ্যা দুইটির মৌলিক গুণনীয়কগুলো বের করি।



২৪ এর সকল মৌলিক গুণনীয়ক : ২ , ২ , ২, ৩

৩৬ এর সকল মৌলিক গুণনীয়ক : ২ , ২ , ৩ , ৩

দুইটি সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলোর মধ্যে ২ আছে সর্বাধিক তিন বার (২৪ এর গুণনীয়ক হিসেবে) এবং ৩ আছে সর্বাধিক ২ বার (৩৬ এর গুণনীয়ক হিসেবে)।

সুতরাং ২৪, ৩৬ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা, ল.সা.গু. ২×২×২×৩×৩ = ৭২।

একইভাবে তিন বা ততোধিক সংখ্যার ল.সা.গু. বের করা যায়। যেমন: ১৮, ২৪ ও ২৭ এর ল.সা.গু. বের করি।

১৮, ২৪ ও ২৭ এর গুণিতকগুলো লিখি:

১৮ এর গুণিতক : ১৮, ৩৬, ৫৪, ৭২, ৯০, ১০৮, ১২৬, ১৪৪, ১৬২, ১৮০, ১৯৮ , **২১৬**, ২৩৪ ইত্যাদি।

২৪ এর গুণিতক : ২৪, ৪৮, ৭২, ৯৬, ১২০, ১৪৪, ১৬৮, ১৯২, **২১৬**, ২৪০, ইত্যাদি।

২৭ এর গুণিতক : ২৭, ৫৪, ৮১, ১০৮, ১৩৫, ১৬২, ১৮৯, **২১৬**, ২৪৩, ইত্যাদি।

গুণিতকের সারি তিনটির প্রত্যেকটিতে ২১৬ দেখা যাচ্ছে। সুতরাং ২১৬ সংখ্যাটি ১৮, ২৪ ও ২৭ এর সাধারণ গুণিতক। তিনটি সারির কোনোটিতেই ২১৬ এর চেয়ে ছোট এমন কোনো সংখ্যা নাই, যা তিনটি সারিতেই আছে।

সুতরাং ২১৬ সংখ্যাটি ১৮, ২৪ ও ২৭ এর সবচেয়ে ছোট বা লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)।

উদাহরণ ৫। ১৮, ২৪ ও ৩০ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ১৮ = ২ × ৩ × ৩

২৪ = ২ × ২ × ২ × ৩

৩০ = ২ × ৩ × ৫

তিনটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকগুলোর মধ্যে ২ আছে সর্বাধিক তিনবার (২৪ এর উৎপাদক হিসেবে) এবং ৩ আছে সর্বাধিক দুইবার (১৮ এর উৎপাদক হিসেবে)। এছাড়া ৫ আছে একবার (৩০ এর উৎপাদক হিসেবে)। সুতরাং ১৮, ২৪, ৩০ এর ল.সা.গু.

= ২ × ২ × ২ × ৩ × ৩ × ৫

= ৪ × ৯ × ১০

= ৩৬০

∴ সংখ্যা তিনটির ল.সা.গু. ৩৬০

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে ল.সা.গু. নির্ণয়

এই পদ্ধতিতে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সবগুলোর সকল মৌলিক উৎপাদক একেকটি করে বের করা হয়। এইসব মৌলিক উৎপাদকগুলোর গুণফলই প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু.।

উদাহরণ ৬। ১৮, ২৪ ও ৪০ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

২ | ১৮, ২৪, ৪০
২ | ৯, ১২, ২০
২ | ৯, ৬, ১০
৩ | ৯, ৩, ৫
  ৩, ১, ৫

নির্ণেয় ল.সা.গু. = ২×২×২×৩×৩×৫
= ৩৬০

মৌলিক সংখ্যা ২ দিয়ে ২৪ ভাগ করা হয়েছে তিনবার; শেষ ভাগফল হয়েছে ৩, যা মৌলিক সংখ্যা।
সুতরাং ২৪ = ২×২×২×৩।
২ দিয়ে ১৮ কে ভাগ করা হয়েছে একবার, ভাগফল ৯ = ৩×৩
সুতরাং ১৮ = ২×৩×৩।
২ দিয়ে ৪০ কে ভাগ করা গেছে তিনবার; শেষ ভাগফল হয়েছে ৫, যা মৌলিক সংখ্যা।
সুতরাং ৪০ = ২×২×২×৫।
অতএব, ১৮, ২৪ ও ৪০ এর ল.সা.গু.
= ২×২×২×৩×৩×৫ = ৩৬০।

ল.সা.গু. নির্ণয়ের সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে ল.সা.গু. নির্ণয়েরই একীভূত রূপ। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রত্যেক ধাপে সংখ্যাগুলোকে এমন একটি মৌলিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হয় যা অন্তত দুইটি সংখ্যার উৎপাদক। কোনো সংখ্যা ঐ ধাপে নেওয়া মৌলিক উৎপাদক দ্বারা ভাগ না গেলে সেটি অপরিবর্তিতভাবে পরের ধাপে নামাতে হবে। সর্বশেষ ধাপের সংখ্যাগুলোর কোনো সাধারণ মৌলিক উৎপাদক থাকবে না।

উদাহরণ ৭। ১৬, ২৪, ৩০, ৪২, ৪৫ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :
```
২| ১৬, ২৪, ৩০, ৪২, ৪৫
  ---------------------
২| ৮, ১২, ১৫, ২১, ৪৫
  ---------------------
২| ৪, ৬, ১৫, ২১, ৪৫
  ---------------------
৩| ২, ৩, ১৫, ২১, ৪৫
  ---------------------
৫| ২, ১, ৫, ৭, ১৫
  ---------------------
   ২, ১, ১, ৭, ৩
```

সুতরাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. = ২×২×২×৩×৫×২×৭×৩

= ৫০৪০

গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. সংক্রান্ত সহজ সমস্যা

উদাহরণ ৮। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১৩৮, ২১৫, ৪৫৭ কে ভাগ করলে যথাক্রমে ৩, ৫, ৭ অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান : ১৩৮ − ৩ = ১৩৫,

২১৫−৫ = ২১০,

৪৫৭−৭ = ৪৫০।

সুতরাং, বের করতে হবে কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১৩৫, ২১০ ও ৪৫০ নিঃশেষে বিভাজ্য।

এই সংখ্যাটি হচ্ছে ১৩৫, ২১০ ও ৪৫০ এর গ.সা.গু।

২১০ ও ৪৫০ এর গ.সা.গু. ৩০।

১৩৫, ২১০ ও ৪৫০ এর গ.সা.গু. ১৫।

সুতরাং, নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যাটি ১৫।

উদাহরণ ৯। চারটি ঘণ্টা প্রথমে একত্রে বেজে প্রতি ৬, ৯, ১২ ও ১৫ মিনিট অন্তর বাজতে লাগল। ন্যূনতম কতক্ষণ পরে ঘণ্টাগুলো আবার একত্রে বাজবে?

সমাধান : নির্ণেয় ন্যূনতম সময় হচ্ছে ৬, ৯, ১২ ও ১৫ এর ল.সা.গু. যত তত মিনিট।

```
৩| ৬, ৯, ১২, ১৫
  ---------------
২| ২, ৩, ৪, ৫
  ---------------
   ১, ৩, ২, ৫
```

সুতরাং, সংখ্যা চারটির ল.সা.গু.

=৩×২×৩×২×৫

=১৮×১০=১৮০।

অতএব, ঘণ্টা চারটি ন্যূনতম ১৮০ মিনিট বা ৩ ঘণ্টা পরপর একত্রে বাজবে।

উদাহরণ ১০। এমন একটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা নির্ণয় কর যাকে ৬, ১০, ১৫ ও ২১ দ্বারা ভাগ দিলে প্রতিক্ষেত্রে ৪ অবশিষ্ট থাকে।

সমাধান : নির্ণেয় সংখ্যাটি হচ্ছে ৬, ১০, ১৫ ও ২১ এর ল.সা.গু. থেকে ৪ বেশি।

৩ | ৬, ১০, ১৫, ২১
২ | ২, ১০, ৫, ৭
৫ | ১, ৫, ৫, ৭
  ১, ১, ১, ৭

সুতরাং সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু.
= ৩×২×৫×৭ = ২১×১০
= ২১০

অতএব, নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা
= ২১০+৪ = ২১৪

উদাহরণ ১১। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৪, ৬, ১০ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ২, ৪, ৮ অবশিষ্ট থাকে।

সমাধান : ৪−২=২, ৬−৪=২, ১০−৮=২
অর্থাৎ, প্রতিক্ষেত্রে, ভাজক − ভাগশেষ = ২;
সুতরাং, নির্ণেয় সংখ্যাটি ৪, ৬ ও ১০ এর ল.সা.গু. অপেক্ষা ২ কম।

২ | ৪, ৬, ১০
  ২, ৩, ৫

সুতরাং সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু.
= ২×২×৩×৫
= ৬০

অতএব, নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা
= ৬০−২ = ৫৮

উদাহরণ ১২। একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য ৭.২০ মিটার এবং প্রস্থ ৪.৪০ মিটার। সর্বাধিক কোন সাইজের বর্গাকার মার্বেল পাথর দ্বারা ঘরের মেঝে বাঁধানো যাবে, যাতে কোনো পাথর ভাঙ্গা না পড়ে?

সমাধান : ঘরের দৈর্ঘ্য = ৭.২০ মি. = ৭২ ডে.মি., প্রস্থ = ৪.৪০ মি. = ৪৪ ডে.মি.
পাথর বর্গাকার হওয়ায় এবং কোনো পাথর না ভাঙ্গার শর্ত থাকায়, এর বাহুর দৈর্ঘ্যের পরিমাপ মেঝের দৈর্ঘ্যের এবং প্রস্থের পরিমাপের সাধারণ গুণনীয়ক হতে হবে। অতএব, ৭২ এবং ৪৪ এর গ.সা.গু. যত, সর্বাধিক সাইজের বর্গাকার পাথরের বাহুর দৈর্ঘ্য তত ডেসিমিটার।

৭২ = ৮×৯ = ২×২×২×৩×৩
৪৪ = ৪×১১ = ২×২×১১
সুতরাং ৭২ ও ৪৪ এর গ.সা.গু. = ২×২ = ৪
৪ ডে.মি. = ৪ × ১০ = ৪০ সে.মি.
∴ সর্বাধিক সাইজের বর্গাকার পাথরের বাহুর দৈর্ঘ্য ৪০ সে.মি.।

অনুশীলনী ৫

১। মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে গ.সা.গু. নির্ণয় কর :

(ক) ১৪৪, ১৯২ (খ) ১৬০, ২৭৫ (গ) ১১২, ৩৪৩

(ঘ) ২৪, ৬০, ৭২ (ঙ) ৪৫, ৭৫, ১২০ (চ) ২২, ৭৭, ১১০

(ছ) ৪৮, ৭২, ১৬০,২৪০ (জ) ৩৫, ৫৬, ৮৪, ১১৯ (ঝ) ৩০, ৫০, ৯০, ১৪০

৩। মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে ল.সা.গু. নির্ণয় কর :

(ক) ৫১, ৮৫ (খ) ৭৬, ৯৫ (গ) ৪২, ১১২

(ঘ) ৩২, ৪৮, ৮০ (ঙ) ৩৫, ৫৫, ৭৫ (চ) ২৮, ৪২, ৭০

৪। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে ল.সা.গু. নির্ণয় কর :

(ক) ২৪, ৩৬, ৪০ (খ) ১৫, ৩৩, ৪৫ (গ) ২৫, ৪৫, ৮৫

(ঘ) ২১, ৩৫, ৪৯, ৫৬ (ঙ) ২৪, ৩৬, ৪৮, ৭২ (চ) ১৮, ২৭, ৪৫, ৫৪

(ছ) ২৬, ৪৪, ৭৭, ৯৯ (জ) ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ৪২ (ঝ) ১৫, ২৫, ৩৫, ৪৫, ৫৫

৫। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৭৬, ১১৪ এবং ২২৮ কে ভাগ দিলে কোনো ভাগশেষ থাকবে না?

৬। ৬০ টি আম ও ১৫০ টি লিচু সর্বাধিক কতজন বালক বালিকার মধ্যে নিঃশেষে ভাগ করে দেওয়া যাবে? প্রত্যেকে কয়টি আম ও কয়টি লিচু পাবে?

৭। দুইটি ড্রামের ধারণ ক্ষমতা যথাক্রমে ২২৮ লিটার ও ৩৪৮ লিটার। সর্বাধিক কত ধারণ ক্ষমতার কলসি পূর্ণসংখ্যক বার পানি ঢেলে ড্রাম দুইটি ভরা যাবে? কোন ড্রামে কত কলসি পানি ধরবে?

৮। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১৩৭, ২১২ ও ৪৫২ কে ভাগ দিলে প্রতি ক্ষেত্রে ২ অবশিষ্ট থাকে?

৯। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১২৯, ২৩৬ ও ৩৬৪ কে ভাগ দিলে যথাক্রমে ৩, ৫ ও ৭ অবশিষ্ট থাকে?

১০। একটি আয়তাকার হলঘরের দৈর্ঘ্য ১২ মিটার এবং প্রস্থ ৭ মিটার। সর্বাধিক কোন্ সাইজের বর্গাকার টালি দ্বারা ঘরটির মেঝে বাঁধানো যাবে, যেন কোনো টালি ভাঙ্গা না পড়ে?

১১। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ১৮, ২৪, ৩০, ৩৬ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য?

১২। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ১৬, ২৪, ৩২, ৪০ দ্বারা ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ৬ অবশিষ্ট থাকবে?

১৩। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ১২, ১৮, ৩০ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ৬, ১২, ২৪ অবশিষ্ট থাকবে?

১৪। চারটি ঘন্টা একত্রে বেজে পরে ৫, ৭, ১২ এবং ১৫ মিনিট অন্তর বাজতে লাগল। ন্যূনতম কতক্ষণ পরে ঘন্টাগুলো পুনরায় একত্রে বাজবে?

১৫। কতকগুলো চারাগাছ প্রতি সারিতে ৩, ৫, ৬, ৮, ১০ ও ১৫ টি করে লাগালে প্রতিবারে দুইটি চারা বাকি থাকে। চারাগাছের ন্যূনতম সংখ্যা কত?

১৬। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সঙ্গে ৭ যোগ করলে যোগফল ১৫, ১৮, ২০, ২৪ ও ৩২ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?

ষষ্ঠ অধ্যায়

গাণিতিক প্রতীক ও বাক্য

প্রতীক

মিনা বলল, আমি একটি সংখ্যার কথা মনে মনে ভাবছি। সংখ্যাটির সাথে দুই যোগ করে যোগফলকে তিন দ্বারা গুণ করলে গুণফল ত্রিশের চেয়ে বড় হয়। বলতো এ বাক্যটিকে প্রতীকের সাহায্যে কীভাবে প্রকাশ করবে?

রাজু বলল, এ বাক্যটিকে প্রতীকের সাহায্যে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়

(ক + ২) × ৩ > ৩০

এখানে বিভিন্ন ধরনের প্রতীক ব্যবহৃত হয়েছে।

গণিতে বিভিন্ন ধরনের প্রতীক ব্যবহৃত হয়। এগুলো হলো

প্রতীকের নাম	প্রতীক চিহ্ন
সংখ্যা প্রতীক	১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯, ০
প্রক্রিয়া প্রতীক	+ (যোগ), − (বিয়োগ), × (গুণ), ÷ (ভাগ)
সম্পর্ক প্রতীক	> (বড়), = (সমান), < (ছোট), ≠ (সমান নয়), ≤ (ছোট অথবা সমান), ≥ (বড় অথবা সমান)
বন্ধনী প্রতীক	( ) (প্রথম বন্ধনী), { } (দ্বিতীয় বন্ধনী), [ ] (তৃতীয় বন্ধনী)
অক্ষর প্রতীক	ক, খ, গ ইত্যাদি

গাণিতিক বাক্য

রাজু ও মিনা মারবেল নিয়ে খেলছিল। মিনার কাছে রাজু অপেক্ষা সাতটি মারবেল বেশি ছিল। তাদের দুই জনের কাছে মোট ৪৫টি মারবেল ছিল। রাজু ও মিনা প্রত্যেকের কাছে কতটি মারবেল আছে?

মনে করি, রাজুর কাছে 'ক' সংখ্যক মারবেল আছে। তাহলে মিনার কাছে আছে (ক + ৭)টি মারবেল। রাজু ও মিনা দুই জনের কাছে মোট মারবেল আছে ৪৫টি।
প্রশ্ন অনুযায়ী, ক + (ক + ৭) = ৪৫ বা, ২ক + ৭ = ৪৫ অর্থাৎ, ২ × ক + ৭ = ৪৫

এখানে, ২ × ক + ৭ = ৪৫ একটি খোলা বাক্য। খোলা বাক্য হলো বিশেষ প্রতীক বা অক্ষর প্রতীক সংবলিত গাণিতিক বাক্য।

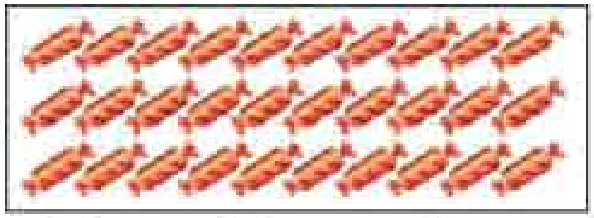
গাণিতিক বাক্য হলো সংখ্যা, প্রতীক, রাশি বা গাণিতিক ধারণা সংবলিত এমন একটি উক্তি, যা সত্য না মিথ্যা নিঃসন্দেহে বলা যায়। যেমন:

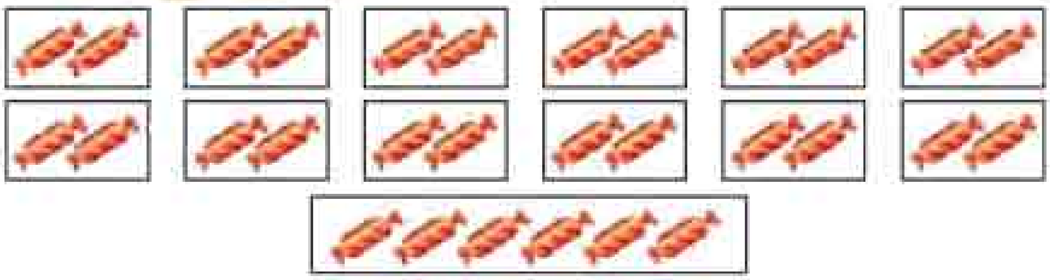
(৪৮ ÷ ৬) × ৫ = ৪৮ ÷ (৬ × ৫)	মিথ্যা উক্তি
প্রতিটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু ও তিনটি কোণ আছে	সত্য উক্তি
১৭ একটি মৌলিক সংখ্যা	সত্য উক্তি
১২ ও ১৫ এর গ.সা.গু. ৬	মিথ্যা উক্তি

গণিত বিষয়ক এমন কোনো উক্তি যা সুনির্দিষ্ট করে সত্য না মিথ্যা বলা যায়, তাই গাণিতিক উক্তি।

খোলা বাক্য

সুমি তার জন্মদিনে
৩০টি চকলেট থেকে প্রত্যেক বন্ধুকে
২টি করে চকলেট দেওয়ার পর ৬টি
চকলেট অবশিষ্ট থাকল।





এখানে সুমির বন্ধুদের সংখ্যা অজানা। মনে করি, বন্ধুদের সংখ্যা ক। প্রত্যেকে পেয়েছে ২টি করে চকলেট। তাহলে ক সংখ্যক বন্ধুরা পেয়েছে ক × ২ টি চকলেট।

যেহেতু ৬টি চকলেট অবশিষ্ট থাকে, সুতরাং, শর্ত অনুযায়ী, ক × ২ + ৬ = ৩০।

এখানে, ক × ২ + ৬ = ৩০ একটি খোলা বাক্য।

অক্ষর প্রতীক বা, অজানা সংখ্যা বা রাশি নির্দেশ করে এমন প্রতীক সংবলিত গাণিতিক বাক্য হলো খোলা বাক্য। যেমন: (ক + ৫) × ৩ = ৪৫

উদাহরণ ১। প্রতীকের সাহায্যে সমস্যাটি প্রকাশ কর এবং অজানা সংখ্যাটি নির্ণয় কর :

কোন সংখ্যা থেকে ১৭ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৩৩ হয়?

সমাধান: অজানা সংখ্যাটির জন্য [ক] প্রতীকটি নিলে সমস্যাটি দাঁড়ায়

[ক] − ১৭ = ৩৩

যোগ বিয়োগের বিপরীত প্রক্রিয়া বিধায় [ক] সংখ্যাটি হবে ৩৩ ও ১৭ এর যোগফল।

∴ [ক] = ৩৩ + ১৭ = ৫০

উদাহরণ ২। প্রতীকের সাহায্যে সমস্যাটি প্রকাশ কর এবং অজানা সংখ্যাটি নির্ণয় কর :

কোন সংখ্যাকে ১৫ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল ৯ হবে?

সমাধান: অজানা সংখ্যাটির জন্য 'ক' অক্ষর প্রতীক নিলে

ক ÷ ১৫ = ৯

গুণ, ভাগের বিপরীত প্রক্রিয়া বিধায় 'ক' সংখ্যাটি হবে ১৫ ও ৯ এর গুণফল।

∴ ক = ১৫ × ৯ = ১৩৫

উদাহরণ ৩। অক্ষর প্রতীক ব্যবহার করে নিচের বাক্য হতে গাণিতিক খোলা বাক্য গঠন কর :
২০টি আম কয়েকজন ছেলেমেয়ের প্রত্যেককে ৩টি করে দেওয়ার পর ৫টি আম অবশিষ্ট থাকল।
সমাধান: মনে করি, ছেলেমেয়ের সংখ্যা ক।

প্রত্যেকে আম পেয়েছে ৩টি

'ক' জনে আম পেয়েছে ক × ৩ টি

প্রশ্ন অনুসারে, ক × ৩ + ৫ = ২০

∴ খোলা বাক্য: ক × ৩ + ৫ = ২০।

উদাহরণ ৪। কথনী প্রতীক ব্যবহার করে নির্দেশিত সংখ্যারাশি গঠন কর এবং রাশিটির মান নির্ণয় কর :
পঁচাত্তরকে পাঁচ দিয়ে ভাগ করে ভাগফলকে দুই দিয়ে গুণ করা হলো।
সমাধান: এখানে অভীষ্ট সংখ্যারাশি = (৭৫ ÷ ৫) × ২

= ১৫×২

= ৩০

উদাহরণ ৫। নিচের খোলা বাক্য থেকে ক প্রতীকের মান নির্ণয় কর:

(ক ÷ ৫) × ৪ = ৮০ ÷ (৫ × ৪)

সমাধান: ৮০ ÷ (৫ × ৪) = ৮০ ÷ ২০ = ৪

(ক ÷ ৫) × ৪ = ৪ হতে হবে।

১ × ৪ = ৪, তাই ক ÷ ৫ = ১ হতে হবে। ৫ ÷ ৫ = ১। ∴ ক =৫

উদাহরণ ৬। নিচের খোলা বাক্য থেকে ক প্রতীকের মান নির্ণয় কর:

(ক ÷ ৬) × ৪ = ৮০ ÷ (৫ × ৪)

সমাধান: ৮০ ÷ (৫ × ৪) = ৮০ ÷ ২০ = ৪

(ক ÷ ৬) × ৪ = ৪ হতে হবে।

১ × ৪ = ৪, তাই ক ÷ ৬ = ১ হতে হবে। ৬ ÷ ৬ = ১। ∴ ক =৬

অনুশীলনী–৬

১। নিচের বাক্যগুলোকে প্রতীক ব্যবহার করে প্রকাশ কর:

(ক) দুই হাজার তিনশ পঁচাত্তর থেকে এক হাজার পাঁচশ পঁচিশ বিয়োগ করে বিয়োগফলকে একশ ত্রিশ ও আটাত্তরের যোগফল দিয়ে গুণ।

(খ) পাঁচশ সাতাশি থেকে দুইশ পঁচিশ ও একশ আটত্রিশের যোগফলের বিয়োগফল সমান পাঁচশ সাতাশি থেকে পর পর দুইশ পঁচিশ ও একশ আটত্রিশের বিয়োগফল।

(গ) তিনশ ষাটকে পঁয়তাল্লিশ ও পনেরো–এর যোগফল দিয়ে গুণ করলে গুণফল, তিনশ ষাট ও পঁয়তাল্লিশের গুণফল এবং তিনশ ষাট ও পনেরো–এর গুণফলের সমষ্টির সমান হবে।

(ঘ) পঞ্চাশকে পাঁচ দিয়ে ভাগ করে ভাগফলকে দুই দিয়ে গুণ করলে গুণফল, পঞ্চাশকে পাঁচ ও দুই–এর গুণফল দিয়ে ভাগ করলে যে ভাগফল পাওয়া যায় তার সমান নয়।

২। প্রতীকের সাহায্যে সমস্যাটি প্রকাশ কর এবং অজানা সংখ্যাটি নির্ণয় কর:

(ক) কোন সংখ্যার সাথে ৮ যোগ করে যোগফল থেকে ৭ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৩৩ হয়?

(খ) কোন সংখ্যা থেকে ১২ বিয়োগ করে বিয়োগফলের সাথে ১০ যোগ করলে যোগফল ২৮ হয়?

(গ) কোন সংখ্যাকে ৭ দিয়ে গুণ করে গুণফলকে ৬ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল ২১ হয়?

(ঘ) কোন সংখ্যাকে ১২ দ্বারা ভাগ করে ভাগফলকে ৭ দ্বারা গুণ করলে গুণফল ৫৬ হয়?

৩। নিচের গাণিতিক বাক্য (উক্তি)গুলোর সত্যতা যাচাই করে উক্তির শেষে সত্য/মিথ্যা লেখ:

(ক) ৬৩৯ − (২২৭ − ৮৫) = ৬৩৯ − ২২৭ + ৮৫

(খ) (৩৭৫ ÷ ১৫) × ৫ − ৩৭৫ ÷ (১৫ × ৫)

(গ) (৮৫০ ÷ ১৭) × ১০ < (৮৫০ ÷ ১০) × ১৭

(ঘ) (২৩০ + ৭৫ + ১৫) × ৫ > ২৩৫×৫ + ৭৫× ৫ + ১৫× ৫

৪। নিচের খোলা বাক্য থেকে অক্ষর প্রতীকের মান নির্ণয় কর:

(ক) ক × ৫ + ১০ = ৬০

(খ) ১৫ × ৩ − ক = ৩০

(গ) (ক ÷ ৮) + ৯ = ১৫

(ঘ) (ক ÷ ৫) × ৫ = ৭৫ ÷ (৩ × ৫)

(ঙ) (ক − ৩) × ৭ = ৯১ ÷ (৪ +৯)

৫। অক্ষর প্রতীকের কোন কোন মানের জন্য নিচের খোলা বাক্যগুলো সত্য হবে?

(ক) (ক + ১০) × ৫ = ১০০

(খ) ৩ × ক < ২০

(গ) (ক ÷ ৪) + ২ = ১৪

(ঘ) (ক + ৬) ÷ ৩ = ১২

৬। অক্ষর প্রতীক বসিয়ে খোলা বাক্য গঠন কর এবং অজানা সংখ্যাটি নির্ণয় কর :

(ক) অনুর কাছে কয়েকটি চকলেট ছিল। অনু তা থেকে পাঁচটি চকলেট নীলুকে দিল। এতে অনুর সাতটি চকলেট থাকল।

(খ) মৌ−এর কিছু টাকা আছে। তার মা তাকে আরও একশ টাকা দিলেন। এতে তার যে টাকা হলো, আগের টাকার দ্বিগুণের চেয়ে তা পনেরো টাকা বেশি।

(গ) সায়নের বয়সকে দ্বিগুণ করে তার সাথে ৫ বছর যোগ করলে যোগফল ২৫ বছরের সমান হয়।

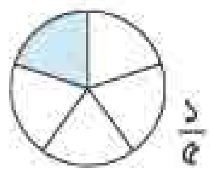
(ঘ) পিউকে তার বাবা বই.খাতা ও পেনসিল কেনার জন্য কিছু টাকা দিলেন। তার মা তাকে আরও পঁচাত্তর টাকা দিলেন। পিউ ৮০ টাকা দিয়ে একটি বই, ৪০ টাকা দিয়ে দুইটি খাতা এবং ২০ টাকা দিয়ে দুইটি পেনসিল কিনল। বই, খাতা ও পেনসিল কেনার পরে পিউর কাছে পঁয়ত্রিশ টাকা থাকল।

সপ্তম অধ্যায়

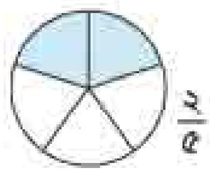
সাধারণ ভগ্নাংশ

সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ

নিচের চিত্র দুইটি লক্ষ করি। এখানে কত অংশ রং করা?



চিত্র–ক

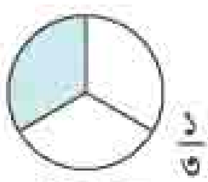


চিত্র–খ

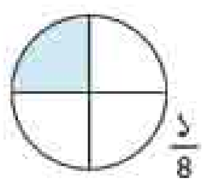
চিত্র ক–এ $\frac{১}{৫}$ একটি ভগ্নাংশ যার, লব ১ ও হর ৫। চিত্র খ–এ $\frac{২}{৫}$ একটি ভগ্নাংশ, যার লব ২ ও হর ৫। দুইটি ভগ্নাংশের হরই ৫। এরা সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ।

> যে সব ভগ্নাংশের হর একই তারা সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ

আবার নিচের চিত্রের প্রতি লক্ষ করি।



চিত্র–ক



চিত্র–খ

এক্ষেত্রে $\frac{১}{৩}$ ও $\frac{১}{৪}$ ভগ্নাংশ দুইটির হর ভিন্ন ভিন্ন। এরা সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ নয়। এদেরকে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়।

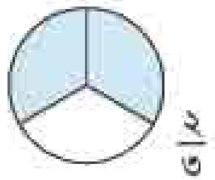
$$\frac{১}{৩} = \frac{১\times৪}{৩\times৪} = \frac{৪}{১২}$$

$$\frac{১}{৪} = \frac{১\times৩}{৪\times৩} = \frac{৩}{১২}$$

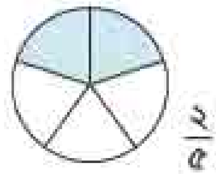
ভগ্নাংশ দুইটি ১২ হর বিশিষ্ট অর্থাৎ, সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত হলো।

সমলব বিশিষ্ট ভগ্নাংশ

নিচের চিত্র দুইটি লক্ষ করি।



চিত্র–ক



চিত্র–খ

$\frac{২}{৩}$ একটি ভগ্নাংশ, যার লব ২ ও হর ৩ এবং $\frac{২}{৫}$ একটি ভগ্নাংশ, যার লব ২ ও হর ৫। দুইটি ভগ্নাংশেরই লব ২। এরা সমলব বিশিষ্ট ভগ্নাংশ।

আবার $\frac{২}{৩}$ ও $\frac{৩}{৮}$ ভগ্নাংশ দুইটির লব ভিন্ন ভিন্ন। এদের সমলব বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়।

$$\frac{২}{৩} = \frac{২\times৩}{৩\times৩} = \frac{৬}{৯}$$

$$\frac{৩}{৮} = \frac{৩\times২}{৮\times২} = \frac{৬}{১৬}$$

ভগ্নাংশ দুইটি ৬ লব বিশিষ্ট অর্থাৎ, সমলব বিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত হলো।

উদাহরণ ১। $\frac{২}{৩}$, $\frac{১}{৪}$ ও $\frac{৫}{৬}$ কে ২৪ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান: এখানে ২৪ হলো প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৩, ৪ ও ৬ এর একটি সাধারণ গুণিতক:

২৪ ÷ ৩ = ৮; $\quad \frac{২}{৩} = \frac{২\times৮}{৩\times৮} = \frac{১৬}{২৪}$

২৪ ÷ ৪ = ৬; $\quad \frac{১}{৪} = \frac{১\times৬}{৪\times৬} = \frac{৬}{২৪}$

২৪ ÷ ৬ = ৪; $\quad \frac{৫}{৬} = \frac{৫\times৪}{৬\times৪} = \frac{২০}{২৪}$

উদাহরণ ২। $\frac{৩}{৮}$, $\frac{৫}{১২}$ ও $\frac{১}{১৬}$ কে ১৫ লববিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান: এখানে ১৫ হলো ভগ্নাংশগুলোর লব ৩, ৫ ও ১ এর ল. সা. গু.

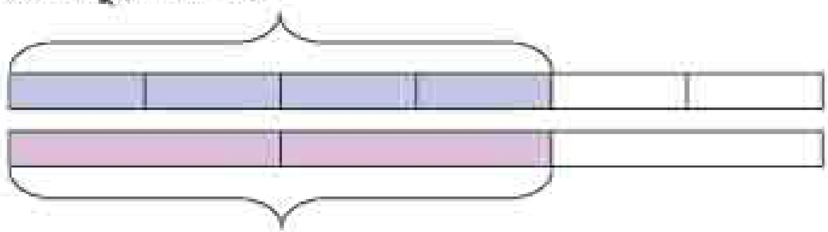
$১৫ \div ৩ = ৫;\quad \frac{৩}{৮} = \frac{৩\times৫}{৮\times৫} = \frac{১৫}{৪০}$

$১৫ \div ৫ = ৩;\quad \frac{৫}{১২} = \frac{৫\times৩}{১২\times৩} = \frac{১৫}{৩৬}$

$১৫ \div ১ = ১৫;\quad \frac{১}{১৬} = \frac{১\times১৫}{১৬\times১৫} = \frac{১৫}{২৪০}$

ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার

নিচের চিত্র দুইটি লক্ষ করি।



চিত্রে দেখা যাচ্ছে,

$\frac{৪}{৬} = \frac{২}{৩}$ অর্থাৎ, এরা সমতুল ভগ্নাংশ।

$\frac{৪}{৬} = \frac{২\times২}{৩\times২} = \frac{২}{৩}$

$\frac{৪}{৬}$ এর লব ও হরের সাধারণ উৎপাদকগুলো বর্জন করে পাই।

$\therefore$ $\frac{৪}{৬}$ এর লঘিষ্ঠ আকার $\frac{২}{৩}$

কোনো ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার বলতে বোঝায়, যেন ভগ্নাংশটির হর ও লবের ১ ব্যতীত অন্য কোনো সাধারণ উৎপাদক না থাকে।

উদাহরণ ৩। $\frac{১২}{৩৬}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

সমাধান:

$$\frac{১২}{৩৬} = \frac{\overset{১}{\cancel{২}} \times \overset{১}{\cancel{২}} \times \overset{১}{\cancel{৩}}}{\underset{১}{\cancel{২}} \times \underset{১}{\cancel{২}} \times \underset{১}{\cancel{৩}} \times ৩} = \frac{১}{৩}$$

উদাহরণ ৪। $\frac{১}{৫}$, $\frac{৩}{১০}$, $\frac{৪}{১৫}$ ও $\frac{৭}{২০}$ কে লঘিষ্ঠ সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান: এখানে ভগ্নাংশগুলোর হর ৫, ১০, ১৫ ও ২০:

এখন,

$$\begin{array}{r|l} ৫ & ৫, ১০, ১৫, ২০ \\ \hline ২ & ১,\ ২,\ ৩,\ ৪ \\ \hline & ১,\ ১,\ ৩,\ ২ \end{array}$$

$\therefore$ ৫, ১০, ১৫ ও ২০ এর ল. সা. গু. = ৫×২×৩×২ = ৬০

৬০ ÷ ৫ = ১২; $\frac{১}{৫} = \frac{১ \times ১২}{৫ \times ১২} = \frac{১২}{৬০}$

৬০ ÷ ১০ = ৬; $\frac{৩}{১০} = \frac{৩ \times ৬}{১০ \times ৬} = \frac{১৮}{৬০}$

৬০ ÷ ১৫ = ৪; $\frac{৪}{১৫} = \frac{৪ \times ৪}{১৫ \times ৪} = \frac{১৬}{৬০}$

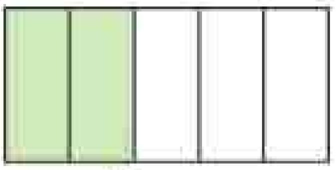
৬০ ÷ ২০ = ৩; $\frac{৭}{২০} = \frac{৭ \times ৩}{২০ \times ৩} = \frac{২১}{৬০}$

$\therefore \frac{১}{৫} = \frac{১২}{৬০}, \ \frac{৩}{১০} = \frac{১৮}{৬০}, \ \frac{৪}{১৫} = \frac{১৬}{৬০}, \ \frac{৭}{২০} = \frac{২১}{৬০}$

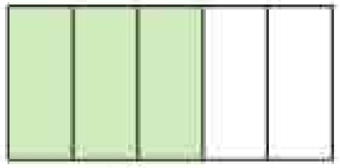
একাধিক ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে হলে, প্রথমে হরগুলোর ল.সা.গু.কে সাধারণ হর ধরে ভগ্নাংশগুলোকে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত করতে হবে।

ভগ্নাংশের তুলনা

নিচের চিত্র ক–এর দুইটি আয়তাকার ঘর এবং চিত্র খ–এর তিনটি আয়তাকার ঘর রঙিন পেনসিল দিয়ে রং করি।



চিত্র ক



চিত্র খ

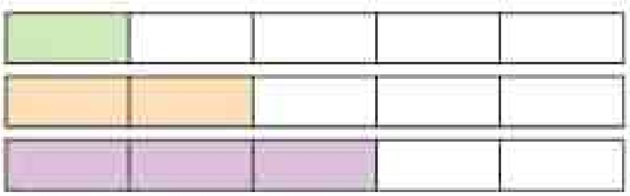
তাহলে চিত্র ক–এর কত অংশ এবং চিত্র খ–এর কত অংশ রং করা হলো? এদের মধ্যে কোনটি বড়?

চিত্র ক–এর রঙিন অংশ $\frac{২}{৫}$ এবং চিত্র খ–এর রঙিন অংশ $\frac{৩}{৫}$ । এখানে $\frac{২}{৫}$ ও $\frac{৩}{৫}$ ভগ্নাংশ দুইটির হর একই অর্থাৎ ৫। এরা সমহর বিশিষ্ট। এদের লব ২ ও ৩।

যেহেতু ৩ > ২। সুতরাং $\frac{৩}{৫} > \frac{২}{৫}$।

সুতরাং $\frac{৩}{৫}$ অংশটি বড়।

$\frac{১}{৫}$, $\frac{২}{৫}$ ও $\frac{৩}{৫}$ এর মধ্যে কোনটি বড়? নিচের চিত্রের প্রতি লক্ষ করি।



উপরের চিত্র থেকে বোঝা যায় যে, $\frac{৩}{৫} > \frac{২}{৫} > \frac{১}{৫}$

$\frac{১}{৫}$, $\frac{২}{৫}$ ও $\frac{৩}{৫}$ এই ভগ্নাংশগুলোর প্রত্যেকটির হর ৫; কিন্তু লব ৩ > ২ > ১

হর একই হলে, যে ভগ্নাংশের লব বড় সেই ভগ্নাংশটি বড়

উদাহরণ ৫। $\frac{৫}{১৮}$ ও $\frac{৭}{১৮}$ ভগ্নাংশ দুইটির মধ্যে কোনটি বড়, প্রতীক ব্যবহার করে দেখাও।

সমাধান: $\frac{৫}{১৮}$ ও $\frac{৭}{১৮}$ এই ভগ্নাংশ দুইটির হর একই অর্থাৎ ১৮। এদের লব ৫ ও ৭।

যেহেতু ৭ > ৫, সুতরাং $\frac{৭}{১৮} > \frac{৫}{১৮}$

উদাহরণ ৬। $\frac{৫}{৬}$ ও $\frac{৯}{২৪}$ ভগ্নাংশ দুইটির মধ্যে কোনটি বড়, প্রতীক ব্যবহার করে দেখাও।

সমাধান: এখানে ভগ্নাংশ দুইটির হর ৬ ও ২৪।

এখন,
```
২ | ৬, ২৪
৩ | ৩, ১২
  | ১, ৪
```

∴ ৬ ও ২৪ এর ল. সা. গু. ২×৩×৪=২৪

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোকে সমহর বিশিষ্ট করি:

২৪ ÷ ৬ = ৪; $\frac{৫}{৬} = \frac{৫×৪}{৬×৪} = \frac{২০}{২৪}$

২৪ ÷ ২৪ = ১; $\frac{৯}{২৪} = \frac{৯×১}{২৪×১} = \frac{৯}{২৪}$

যেহেতু ২০ > ৯ সুতরাং, $\frac{২০}{২৪} > \frac{৯}{২৪}$ বা $\frac{৫}{৬} > \frac{৯}{২৪}$

উদাহরণ ৭। $\frac{৩}{৫}$, $\frac{২}{৩}$ ও $\frac{৫}{৬}$ ভগ্নাংশগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজাও।

সমাধান: প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৫, ৩ ও ৬

```
৩ | ৫, ৩, ৬
  | ৫, ১, ২
```

∴ ৫, ৩ ও ৬ এর ল. সা. গু. ৩×৫×২ = ৩০

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোকে সমহর বিশিষ্ট করি:

৩০ ÷ ৫ = ৬; $\frac{৩}{৫} = \frac{৩×৬}{৫×৬} = \frac{১৮}{৩০}$

৩০ ÷ ৩ = ১০; $\frac{২}{৩} = \frac{২×১০}{৩×১০} = \frac{২০}{৩০}$

৩০ ÷ ৬ = ৫; $\frac{৫}{৬} = \frac{৫×৫}{৬×৫} = \frac{২৫}{৩০}$

যেহেতু ১৮ < ২০ < ২৫ সুতরাং $\frac{১৮}{৩০} < \frac{২০}{৩০} < \frac{২৫}{৩০}$

বা, $\frac{৩}{৫} < \frac{২}{৩} < \frac{৫}{৬}$

∴ ভগ্নাংশগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই, $\frac{৩}{৫}$, $\frac{২}{৩}$, $\frac{৫}{৬}$

> ছোট থেকে বড় ক্রমে ভগ্নাংশগুলো পর পর লিখে সাজানোকে ঊর্ধ্বক্রমে সাজানো বলা হয়।

উদাহরণ ৮। $\frac{৫}{৮}$, $\frac{৭}{১৬}$ ও $\frac{৩}{৪}$ ভগ্নাংশগুলোকে মানের অধঃক্রমে সাজাও।

সমাধান: প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৮, ১৬ ও ৪

```
২ | ৮, ১৬, ৪
  ------------
২ | ৪, ৮, ২
  ------------
২ | ২, ৪, ১
  ------------
    ১, ২, ১
```

∴ ৮, ১৬ ও ৪ এর ল. সা. গু. ২×২×২×২ = ১৬

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোকে সমহর বিশিষ্ট করি :

১৬ ÷ ৮ = ২; $\frac{৫}{৮} = \frac{৫\times২}{৮\times২} = \frac{১০}{১৬}$

১৬ ÷ ১৬ = ১; $\frac{৭}{১৬} = \frac{৭\times১}{১৬\times১} = \frac{৭}{১৬}$

১৬ ÷ ৪ = ৪; $\frac{৩}{৪} = \frac{৩\times৪}{৪\times৪} = \frac{১২}{১৬}$

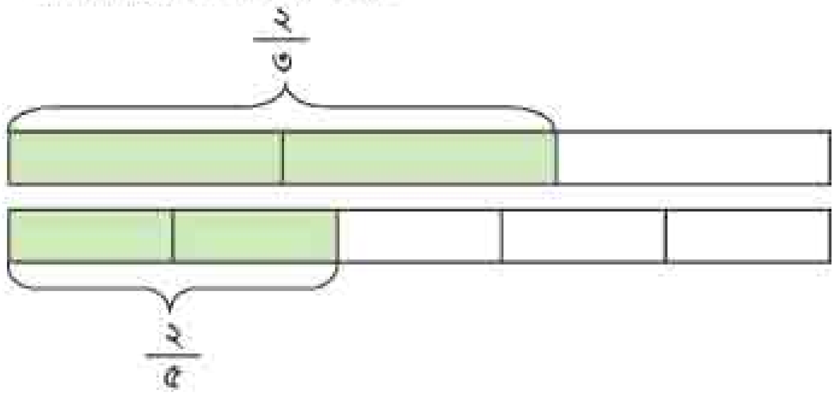
যেহেতু ১২ > ১০ > ৭ সুতরাং $\frac{১২}{১৬} > \frac{১০}{১৬} > \frac{৭}{১৬}$

বা, $\frac{৩}{৪} > \frac{৫}{৮} > \frac{৭}{১৬}$

> বড় থেকে ছোট ক্রমে ভগ্নাংশগুলো পর পর লিখে সাজানোকে অধঃক্রমে সাজানো বলা হয়।

∴ ভগ্নাংশগুলোকে মানের অধঃক্রমে সাজিয়ে পাই, $\frac{৩}{৪}$, $\frac{৫}{৮}$, $\frac{৭}{১৬}$

এবার নিচের চিত্রটি লক্ষ করি।



চিত্র থেকে স্পষ্ট বোঝা যায় যে, $\frac{২}{৩}$ অংশ $\frac{২}{৫}$ অংশ অপেক্ষা বড়।

$\frac{২}{৩}$ ও $\frac{২}{৫}$ এর লব একই অর্থাৎ, লব ২

$\frac{২}{৩}$ এর হর ৩ এবং $\frac{২}{৫}$ এর হর ৫ এবং ৩ < ৫।

$\therefore \frac{২}{৩} > \frac{২}{৫}$

লব একই হলে, যে ভগ্নাংশের হর ছোট সেই ভগ্নাংশটি বড়।

উদাহরণ ৯। $\frac{৭}{১৫}$ ও $\frac{৭}{৩০}$ এর মধ্যে কোনটি বড়, প্রতীকের সাহায্যে দেখাও।

সমাধান:

যেহেতু ১৫ < ৩০ সুতরাং, $\frac{৭}{১৫} > \frac{৭}{৩০}$

উদাহরণ ১০। $\frac{৫}{৭}$, $\frac{৫}{১২}$ ও $\frac{৫}{১৮}$ ভগ্নাংশগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজাও।

সমাধান: প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লব ৫ এবং হর ৭, ১২ ও ১৮

যেহেতু ৭ < ১২ < ১৮ সুতরাং, $\frac{৫}{১৮} < \frac{৫}{১২} < \frac{৫}{৭}$

$\therefore$ প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

$\frac{৫}{১৮}$, $\frac{৫}{১২}$, $\frac{৫}{৭}$।

অনুশীলনী ৭(ক)

১। সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তর কর:

(ক) $\frac{১}{২}$, $\frac{১}{৩}$ (খ) $\frac{১}{২}$, $\frac{১}{৪}$, $\frac{১}{৪}$ (গ) $\frac{৫}{৬}$, $\frac{৩}{৪}$, $\frac{৫}{৮}$

(ঘ) $\frac{৩}{৪}$, $\frac{৫}{৬}$, $\frac{৪}{৯}$, $\frac{৭}{১৮}$ (ঙ) $\frac{৫}{৭}$, $\frac{৩}{১৪}$, $\frac{২}{২১}$, $\frac{১}{৪২}$

২। নিচের ভগ্নাংশগুলোকে ৪০ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

$\frac{১}{৪}$, $\frac{২}{৫}$, $\frac{৭}{৮}$, $\frac{৩}{১০}$, $\frac{৯}{২০}$

৩। সমলব বিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তর কর:

(ক) $\frac{১}{২}$, $\frac{২}{৩}$ (খ) $\frac{২}{৩}$, $\frac{৩}{৪}$, $\frac{১}{৬}$ (গ) $\frac{৩}{৪}$, $\frac{৫}{১২}$, $\frac{৩}{৮}$

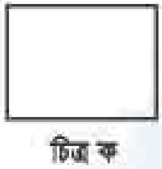
৪। নিচের ভগ্নাংশগুলোকে ১২ লব বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

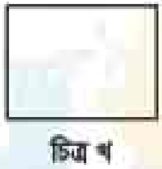
$\frac{১}{৬}$, $\frac{৪}{৫}$, $\frac{২}{৩}$, $\frac{৩}{৮}$, $\frac{৬}{৭}$

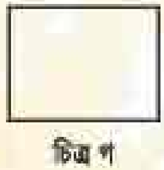
৫। লঘিষ্ঠ সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তর কর:

(ক) $\frac{৩}{৪}$, $\frac{৫}{৮}$ (খ) $\frac{৫}{৬}$, $\frac{৪}{৯}$ (গ) $\frac{২}{৩}$, $\frac{৫}{১২}$, $\frac{৭}{১৮}$

৬। নিচের আয়তাকার চিত্রগুলোর প্রতিটিকে সমান সাতটি অংশে ভাগ কর এবং ক, খ ও গ চিত্রের যথাক্রমে দুইটি, তিনটি ও পাঁচটি অংশে সবুজ রং কর।


চিত্র ক


চিত্র খ


চিত্র গ

উপরের চিত্রগুলোর কোনটির কত অংশে সবুজ রং করা হলো? এদের মধ্যে কোনটি বড়, প্রতীকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

৭। নিচের ভগ্নাংশগুলোকে প্রতীক চিহ্ন ব্যবহার করে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজাও:

(ক) $\frac{৪}{৫}, \frac{১}{৫}, \frac{৩}{৫}$ (খ) $\frac{৯}{১৭}, \frac{৭}{১৭}, \frac{১৫}{১৭}$ (গ) $\frac{৭}{২৪}, \frac{১৭}{২৪}, \frac{১১}{২৪}$

(ঘ) $\frac{৭}{৩৬}, \frac{১১}{৩৬}, \frac{২৩}{৩৬}, \frac{১৩}{৩৬}$ (ঙ) $\frac{১৯}{৪৮}, \frac{২৩}{৪৮}, \frac{৩১}{৪৮}, \frac{৫}{৪৮}$

৮। নিচের ভগ্নাংশগুলোকে প্রতীক চিহ্ন ব্যবহার করে মানের অধঃক্রমে সাজাও:

(ক) $\frac{২}{৭}, \frac{৬}{৭}, \frac{৫}{৭}$ (খ) $\frac{৩}{১৬}, \frac{৯}{১৬}, \frac{১১}{১৬}$ (গ) $\frac{৯}{২৫}, \frac{১২}{২৫}, \frac{২৩}{২৫}$

৯। প্রতীক চিহ্ন ব্যবহার করে নিচের ভগ্নাংশগুলোর মানের তুলনা কর:

(ক) $\frac{২}{৩}, \frac{২}{৫}, \frac{২}{৯}$ (খ) $\frac{৭}{১০}, \frac{৭}{১৫}, \frac{৭}{২০}$ (গ) $\frac{৩}{৫}, \frac{৩}{৭}, \frac{৩}{১১}$

১০। অর্ঘ্য একটি বর্গাকার ক্ষেত্র এঁকে এর $\frac{১}{৫}$ অংশে লাল রং এবং $\frac{৩}{৫}$ অংশে সবুজ রং করল। ক্ষেত্রটিতে কোন রং বেশি জায়গা জুড়ে আছে?

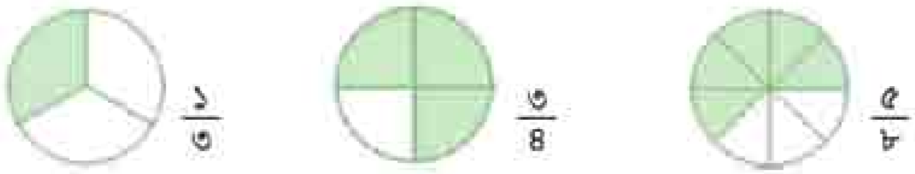
১১। হিমু এক বোতল কোল্ড ড্রিংকস–এর $\frac{২}{৭}$ অংশ পেল এবং তার ছোট বোন $\frac{৩}{৭}$ অংশ পেল। কে বেশি কোল্ড ড্রিংকস পেল?

১২। প্রতিদিন রফিক $\frac{৭}{১৫}$ ঘণ্টা, শফিক $\frac{৬}{১৫}$ ঘণ্টা ও সায়মা $\frac{৮}{১৫}$ ঘণ্টা খবরের কাগজ পড়লে কে সবচেয়ে কম সময় খবরের কাগজ পড়ে?

১৩। শুভ তাদের ঘরের দেয়ালের $\frac{২}{২৫}$ অংশ রং করে। শুভর ছোট বোন সেতু দেয়ালের $\frac{২}{১৭}$ অংশ রং করে। কে বেশি অংশ রং করে?

১৪। জাভেদ, সৌমিক ও মৌলি যথাক্রমে এক ঝুড়ি কমলালেবুর $\frac{৫}{১৮}$ অংশ, $\frac{৫}{৯}$ অংশ ও $\frac{৫}{৩৬}$ অংশ পেল। কে সবচেয়ে বেশি অংশ কমলালেবু পেল?

প্রকৃত ভগ্নাংশ



উপরের ভগ্নাংশগুলো লক্ষ করি।

$\frac{১}{৩}$, $\frac{৩}{৪}$ ও $\frac{৫}{৮}$ এই ভগ্নাংশগুলোর প্রত্যেকটিতে লব, হর অপেক্ষা ছোট এবং এদের মান ১ থেকে ছোট। এরা প্রকৃত ভগ্নাংশ।

> যে সব ভগ্নাংশের লব, হর অপেক্ষা ছোট, সেগুলো প্রকৃত ভগ্নাংশ।
> যেকোনো প্রকৃত ভগ্নাংশের মান ১ থেকে ছোট।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ

মাহি, মমো, এষা ও ঊর্মি এই চার বন্ধু মিলে টিফিন পিরিয়ডে টিফিন খাচ্ছিল। তাদের চারজনের কাছে পাঁচটি আপেল ছিল। তারা কীভাবে পাঁচটি আপেল সমান ভাগে ভাগ করে খাবে? তারা প্রতিটি আপেল সমান চার টুকরো করে কাটল। চার বন্ধুর প্রত্যেকে প্রতিটি আপেল থেকে এক টুকরো করে নিল।

অর্থাৎ, চার বন্ধু পাঁচটি আপেল সমান ভাগে ভাগ করে নিল। একে প্রতীকের সাহায্যে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়, ৫ ÷ ৪ বা $\frac{৫}{৪}$। এখানে লব ৫, হর ৪ অপেক্ষা বড়। এ ধরনের ভগ্নাংশ অপ্রকৃত ভগ্নাংশ। $\frac{৩}{২}$, $\frac{১২}{৭}$, $\frac{১৮}{৫}$ ইত্যাদি অপ্রকৃত ভগ্নাংশের উদাহরণ।

> যে সব ভগ্নাংশের লব, হর অপেক্ষা বড়, সেগুলো অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

মিশ্র ভগ্নাংশ

মনে করি, মাহি, মমো, এষা ও ঊর্মি এই চার বন্ধু তাদের কাছে থাকা ৫টি আপেল থেকে প্রত্যেকে ১টি করে আপেল নিল। তারা পঞ্চম আপেলটিকে সমান চার টুকরোয় ভাগ করল। এর পর তারা প্রত্যেকে এক টুকরো করে আপেল নিল।

তাহলে, তারা প্রত্যেকে ১টি আস্ত আপেল এবং ১টি আপেলের $\frac{১}{৪}$ অংশ পেল। ভগ্নাংশটিকে $১ + \frac{১}{৪}$ বা $১\frac{১}{৪}$ এই ভাবে লেখা হয়। একে ১ সমস্ত ৪ ভাগের ১, এভাবে পড়া হয়। এ ধরনের ভগ্নাংশ হলো মিশ্র ভগ্নাংশ। $১\frac{১}{২}$, $২\frac{১}{৩}$, $৫\frac{৩}{৪}$ ইত্যাদি হলো মিশ্র ভগ্নাংশের উদাহরণ।

> যে সব ভগ্নাংশে পূর্ণ সংখ্যার সাথে প্রকৃত ভগ্নাংশ যুক্ত থাকে, সেগুলো মিশ্র ভগ্নাংশ। মিশ্র ভগ্নাংশের পূর্ণ অংশকে 'সমস্ত' পড়া হয়।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর

চিত্র ক　　　চিত্র খ　　　চিত্র গ

উপরের বৃত্তাকার চিত্রগুলো লক্ষ করি। চিত্র ক, চিত্র খ ও চিত্র গ এর কোনটির কত অংশ রং করা হয়েছে?

চিত্র ক এর তিন তৃতীয়াংশ, চিত্র খ এর তিন তৃতীয়াংশ এবং চিত্র গ এর এক তৃতীয়াংশ রং করা হয়েছে। অর্থাৎ, তিনটি বৃত্তাকার চিত্রের (৩ + ৩ + ১) তৃতীয়াংশ বা ৭ তৃতীয়াংশ রং করা হয়েছে। অথবা, বলা যায়, $\frac{৭}{৩}$ অংশ রং করা হয়েছে।

$\frac{৭}{৩}$ একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ। একে মিশ্র ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

৩) ৭ (২ ⟶ ২ সমস্ত
   ৬
   ১

$$\therefore \frac{৭}{৩} = ২ + \frac{১}{৩} = ২\frac{১}{৩}$$

লক্ষ করি

* অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ও রূপান্তরিত মিশ্র ভগ্নাংশের সঙ্গে যুক্ত প্রকৃত ভগ্নাংশের হর একই।
* অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লবকে এর হর দিয়ে ভাগ করলে যে ভাগফল পাওয়া যায়, তাহলো রূপান্তরিত মিশ্র ভগ্নাংশের পূর্ণ অংশ।
* আর ভাগশেষ হচ্ছে রূপান্তরিত মিশ্র ভগ্নাংশের সঙ্গে যুক্ত প্রকৃত ভগ্নাংশের লব।

মিশ্র ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর

মিশ্র ভগ্নাংশে পূর্ণ সংখ্যার সাথে প্রকৃত ভগ্নাংশ যুক্ত থাকে। যেকোনো পূর্ণ সংখ্যাকে ১ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশের আকারে লেখা যায়। যেমন: ৩ = $\frac{৩}{১}$, ৫ = $\frac{৫}{১}$, ১১ = $\frac{১১}{১}$ ইত্যাদি।

$২\frac{৩}{৪}$ মিশ্র ভগ্নাংশটিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$২\frac{৩}{৪} = ২ + \frac{৩}{৪} = \frac{২}{১} + \frac{৩}{৪} = \frac{২ \times ৪}{১ \times ৪} + \frac{৩}{৪} = \frac{২ \times ৪}{৪} + \frac{৩}{৪} = \frac{২ \times ৪ + ৩}{৪} = \frac{১১}{৪}$$

একে সংক্ষেপে লেখা যায়,

$$২\frac{৩}{৪} = \frac{২ \times ৪ + ৩}{৪} = \frac{১১}{৪}$$

$$\text{মিশ্র ভগ্নাংশ} = \frac{\text{পূর্ণ অংশ} \times \text{হর} + \text{লব}}{\text{হর}} = \text{অপ্রকৃত ভগ্নাংশ}$$

উদাহরণ ১। নিচের অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর কর:

(ক) $\frac{১১}{৫}$ (খ) $\frac{৫৫}{১৬}$

সমাধান: (ক) $\frac{১১}{৫}$

৫) ১১ (২
১০
১

$\therefore \frac{১১}{৫} = ২\frac{১}{৫}$

(খ) $\frac{৫৫}{১৬}$

১৬) ৫৫ (৩
৪৮
৭

$\therefore \frac{৫৫}{১৬} = ৩\frac{৭}{১৬}$

উদাহরণ ২। নিচের মিশ্র ভগ্নাংশগুলোকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর কর:

(ক) $৩\frac{১}{৫}$ (খ) $৪\frac{৫}{৭}$

সমাধান: (ক) $৩\frac{১}{৫} = \frac{৩ \times ৫ + ১}{৫} = \frac{১৫ + ১}{৫} = \frac{১৬}{৫}$

(খ) $৪\frac{৫}{৭} = \frac{৪ \times ৭ + ৫}{৭} = \frac{২৮ + ৫}{৭} = \frac{৩৩}{৭}$

অনুশীলনী ৭(খ)

১। নিচের ভগ্নাংশগুলোর মধ্য থেকে প্রকৃত ভগ্নাংশগুলো চিহ্নিত কর:

(ক) $\frac{২}{৩}$ (খ) $\frac{৯}{৫}$ (গ) $২\frac{১}{৩}$ (ঘ) $\frac{৪}{২৭}$ (ঙ) $\frac{৩৫}{১৭}$

২। নিচের ভগ্নাংশগুলোর মধ্য থেকে অপ্রকৃত ও মিশ্র ভগ্নাংশগুলো পৃথক কর:

(ক) $\frac{২}{৩}$ (খ) $১\frac{১}{৪}$ (গ) $২৫\frac{১}{৩}$ (ঘ) $\frac{৫}{১৮}$ (ঙ) $\frac{৯}{১১}$

(চ) $\frac{৭}{২০}$ (ছ) $১০\frac{১}{৫}$ (জ) $\frac{৪০}{৩৩}$ (ঝ) $\frac{৭৫}{১৮}$ (ঞ) $\frac{৮}{২৫}$

৩। নিচের অপ্রকৃত ভগ্নাংশগুলোকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর কর:

(ক) $\frac{৮}{৩}$ (খ) $\frac{৩৯}{১৮}$ (গ) $\frac{৪৭}{১৯}$ (ঘ) $\frac{২২৭}{২৫}$ (ঙ) $\frac{২১১}{৩০}$

(চ) $\frac{৩১৫}{৩৭}$ (ছ) $\frac{৪০৭}{৪০}$ (জ) $\frac{৫২১}{৪৫}$ (ঝ) $\frac{৭৫০}{১১৯}$ (ঞ) $\frac{১৪১৬}{২০৩}$

৪। নিচের মিশ্র ভগ্নাংশগুলোকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর কর:

(ক) $৩\frac{৩}{৪}$ (খ) $১২\frac{৫}{৯}$ (গ) $১৬\frac{২}{৭}$ (ঘ) $২৫\frac{৯}{১৬}$ (ঙ) $৩০\frac{৭}{৩০}$

(চ) $৫৫\frac{৩}{১০}$ (ছ) $৬৮\frac{২}{১৫}$ (জ) $৭৫\frac{১৭}{২৫}$ (ঝ) $৮০\frac{১১}{২৩}$ (ঞ) $১১০\frac{১৩}{২৯}$

৫। খালি ঘরে সঠিক সংখ্যা বসাও:

(ক) $\frac{৮৫}{১২} = ৭\frac{১}{\square}$ (খ) $১৫\frac{৭}{৩০} = \frac{\square}{৩০}$ (গ) $\frac{২৭}{১৩} = \square\frac{১}{১৩}$

(ঘ) $১৬\frac{৩৭}{৪৩} = \frac{\square}{৪৩}$ (ঙ) $\frac{১৪৮৫}{২৪৭} = \square\frac{৩}{২৪৭}$

৬। জয়ার কাছে ৫টি কলম ছিল। সে তার ছোট ভাইকে ২টি কলম দিল। জয়া তার মোট কলমের কত অংশ ছোট ভাইকে দিল?

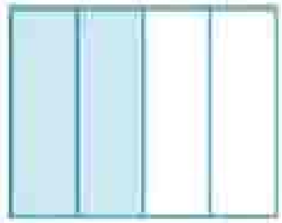
৭। মামুনের কাছে ২০০ টাকা ছিল। সে ৫০ টাকা দিয়ে একটি বই কিনলো। মামুন মোট টাকার কত অংশ বই কিনতে খরচ করল?

৮। অনিকের কাছে ২০টি চকলেট আছে। এ থেকে ১০টি চকলেট নিয়ে তার অর্ধেক বন্ধুদের দিল। অনিক তার কাছে থাকা মোট চকলেটের কত অংশ বন্ধুদের দিল?

৯। রফিক সাহেব তার ৩ বিঘা জমির ২ বিঘায় গাঁদা ফুল এবং বাকি জমির অর্ধেকে রজনীগন্ধা ফুলের চাষ করলেন। তিনি কত বিঘা জমিতে রজনীগন্ধা ফুলের চাষ করলেন?

১০। রাশেদ শ্রেণি পরীক্ষায় গণিত বিষয়ে ১০ নম্বরের মধ্যে ৮ পেল। সে শ্রেণি পরীক্ষায় গণিত বিষয়ে মোট নম্বরের কত অংশ পেয়েছে?

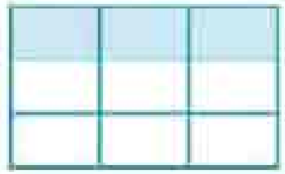
ভগ্নাংশের যোগ



চিত্র ক

পাশের ক চিত্রটি লক্ষ করি। এই চিত্রে কয়টি ঘর রং করা? চিত্র থেকে বোঝা যাচ্ছে, দুইটি এক চতুর্থাংশ ঘর রং করা। এর অর্থ হলো, ৪টি ঘরের মধ্যে ২টি ঘর রং করা বা $\frac{১}{২}$ অংশ রং করা।

অর্থাৎ, $\frac{১}{৪}+\frac{১}{৪}=\frac{১+১}{৪}=\frac{২}{৪}=\frac{১}{২}$



চিত্র খ

এবার খ চিত্রটি লক্ষ করি।
চিত্রটি থেকে বোঝা যায়,

$$\frac{১}{৯}+\frac{১}{৯}+\frac{১}{৯}=\frac{১+১+১}{৯}=\frac{৩}{৯}=\frac{১}{৩}$$

উদাহরণ ১। যোগ কর: $\frac{১}{১১}+\frac{৩}{১১}+\frac{৫}{১১}$

সমাধান: $\frac{১}{১১}+\frac{৩}{১১}+\frac{৫}{১১}$

$=\frac{১+৩+৫}{১১}$

$=\frac{৯}{১১}$

সমহর বিশিষ্ট কতকগুলো ভগ্নাংশের যোগফলের হর ভগ্নাংশগুলোর সাধারণ হর। এই যোগফলের লব ভগ্নাংশগুলোর লবের যোগফল।

উদাহরণ ২। যোগ কর: $\frac{৯}{৭}+\frac{১০}{৭}+\frac{৮}{৭}$

সমাধান: $\frac{৯}{৭}+\frac{১০}{৭}+\frac{৮}{৭}$

$=\frac{৯+১০+৮}{৭}$

$=\frac{২৭}{৭}$

$=৩\frac{৬}{৭}$

যোগফল অপ্রকৃত ভগ্নাংশ হলে সাধারণত একে মিশ্র ভগ্নাংশ হিসেবে প্রকাশ করা হয়।

উদাহরণ ৩। যোগ কর: $২\frac{১}{১৩} + ৫\frac{৩}{১৩} + ৩\frac{৫}{১৩}$

সমাধান: $২\frac{১}{১৩} + ৫\frac{৩}{১৩} + ৩\frac{৫}{১৩}$

$= \frac{২৭}{১৩} + \frac{৬৮}{১৩} + \frac{৪৪}{১৩}$

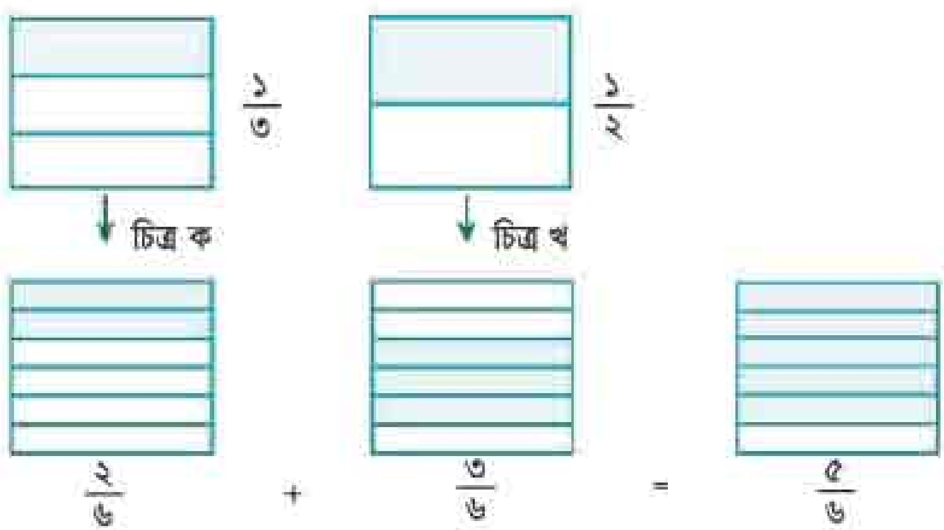
$= \frac{২৭ + ৬৮ + ৪৪}{১৩}$

$= \frac{১৩৯}{১৩}$

$= ১০\frac{৯}{১৩}$

মিশ্র ভগ্নাংশগুলো অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে যোগ করা হয়েছে।

এবার নিচের চিত্র লক্ষ করি।



ক চিত্রের $\frac{১}{৩}$ বা $\frac{২}{৬}$ অংশ এবং খ চিত্রের $\frac{১}{২}$ বা $\frac{৩}{৬}$ অংশ লাল রং করা। এই দুই রঙিন অংশ যোগ করলে পাই, $\frac{৫}{৬}$ অংশ। এখানে $\frac{১}{৩}$ ও $\frac{১}{২}$ এই ভগ্নাংশ দুইটির লব একই কিন্তু এদের হর ভিন্ন। এদের হর ৩ ও ২।

এরূপ বিভিন্ন হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ যোগ করতে হলে প্রথমে এদেরকে সমহর বিশিষ্ট করতে হয়। চিত্রে লক্ষ করি, $\frac{১}{৩}$ ও $\frac{১}{২}$ এই ভগ্নাংশ দুইটিকে সমহর বিশিষ্ট করা হয়েছে।

অর্থাৎ, $\frac{১}{৩}$ ও $\frac{২}{৬}$ এবং $\frac{১}{২}$ ও $\frac{৩}{৬}$ সমতুল ভগ্নাংশ। এখানে,

$$\frac{১}{৩}+\frac{১}{২}=\frac{২}{৬}+\frac{৩}{৬}=\frac{৫}{৬}$$

উদাহরণ ৪। যোগ কর: $\frac{১}{৩}+\frac{২}{৫}+\frac{৭}{১০}$

সমাধান: ভগ্নাংশগুলোর হর ৩, ৫ ও ১০

$$\begin{array}{r|l} ৫ & ৩, ৫, ১০ \\ \hline & ৩, ১, ২ \end{array}$$

$\therefore$ ৩, ৫ ও ১০ এর ল. সা. গু. = ৫×৩×২ = ৩০

৩০ ÷ ৩ = ১০; $\frac{১}{৩}=\frac{১\times১০}{৩\times১০}=\frac{১০}{৩০}$

৩০ ÷ ৫ = ৬; $\frac{২}{৫}=\frac{২\times৬}{৫\times৬}=\frac{১২}{৩০}$

৩০ ÷ ১০ = ৩; $\frac{৭}{১০}=\frac{৭\times৩}{১০\times৩}=\frac{২১}{৩০}$

$$\therefore \frac{১}{৩}+\frac{২}{৫}+\frac{৭}{১০}=\frac{১০}{৩০}+\frac{১২}{৩০}+\frac{২১}{৩০}$$

$$=\frac{১০+১২+২১}{৩০}$$

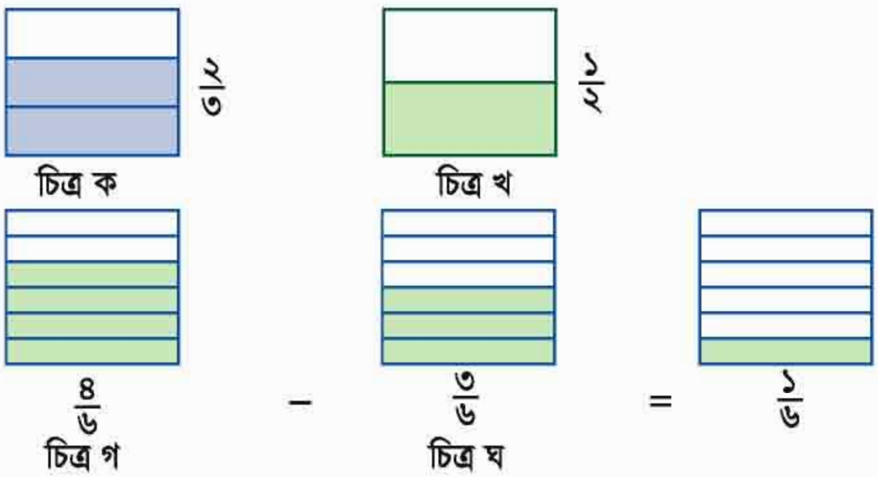
$$=\frac{৪৩}{৩০}=১\frac{১৩}{৩০}$$

যোগ করার পূর্বে ভগ্নাংশগুলোকে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত করতে হয়।

ভগ্নাংশের বিয়োগ

নিচের চিত্রের প্রতি লক্ষ করি। চিত্র ক এর $\frac{২}{৩}$ অংশ রং করা। আর চিত্র খ এর $\frac{১}{২}$ অংশ রং করা। যদি $\frac{২}{৩}$ অংশ থেকে $\frac{১}{২}$ অংশ বিয়োগ করতে চাই তবে তা কীভাবে সম্ভব? $\frac{২}{৩}$ ও $\frac{১}{২}$ ভগ্নাংশ দুইটি সমহর বিশিষ্ট নয়। এদেরকে সমহর বিশিষ্ট করতে হবে।

$\frac{২}{৩}$ ও $\frac{১}{২}$ এই ভগ্নাংশ দুইটিকে সমহর বিশিষ্ট করলে দাঁড়ায় $\frac{৪}{৬}$ (চিত্র গ) ও $\frac{৩}{৬}$ (চিত্র ঘ)।



অর্থাৎ, $\frac{২}{৩} - \frac{১}{২} = \frac{৪}{৬} - \frac{৩}{৬} = \frac{৪-৩}{৬} = \frac{১}{৬}$

উদাহরণ ৬। বিয়োগ কর: $\frac{১৩}{২৫} - \frac{৮}{২৫}$

সমাধান: $\frac{১৩}{২৫} - \frac{৮}{২৫}$

$= \frac{১৩-৮}{২৫} = \frac{\cancel{৫}^{১}}{\cancel{২৫}_{৫}}$

$= \frac{১}{৫}$

সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটির বিয়োগফলের হর এদের সাধারণ হর। আর বিয়োগফলের লব এদের লবের বিয়োগফল।

ভগ্নাংশের যোগফল বা বিয়োগফল সব সময় লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করতে হয়।

উদাহরণ ৬। বিয়োগ কর: $\frac{৩১}{৬} - \frac{২৩}{৬}$

সমাধান: $\frac{৩১}{৬} - \frac{২৩}{৬}$

$= \frac{৩১ - ২৩}{৬}$

$= \frac{৮}{৬}$

$= \frac{৪}{৩} = ১\frac{১}{৩}$

উদাহরণ ৭। বিয়োগ কর: $২\frac{৩}{৪} - ১\frac{১}{৪}$

সমাধান: $২\frac{৩}{৪} - ১\frac{১}{৪}$

$= \frac{১১}{৪} - \frac{৫}{৪}$

$= \frac{১১ - ৫}{৪}$

$= \frac{৬}{৪}$

$= \frac{৩}{২}$

$= ১\frac{১}{২}$

উদাহরণ ৮। বিয়োগ কর: $\frac{৩}{৪} - \frac{২}{৫}$

সমাধান: $\frac{৩}{৪} - \frac{২}{৫}$

এখানে ভগ্নাংশ দুইটির হর ৪ ও ৫। এদের ল. সা. গু. = ২০

$২০ \div ৪ = ৫;\quad \frac{৩}{৪} = \frac{৩ \times ৫}{৪ \times ৫} = \frac{১৫}{২০}$

$২০ \div ৫ = ৪;\quad \frac{২}{৫} = \frac{২ \times ৪}{৫ \times ৪} = \frac{৮}{২০}$

ভগ্নাংশ দুইটি সমহর বিশিষ্ট নয়। এদের সমহর বিশিষ্ট করা হয়েছে।

$\therefore \frac{৩}{৪} - \frac{২}{৫} = \frac{১৫}{২০} - \frac{৮}{২০}$

$= \frac{১৫ - ৮}{২০} = \frac{৭}{২০}$

সংক্ষেপে, $\frac{৩}{৪} - \frac{২}{৫}$

$= \frac{১৫ - ৮}{২০}$

$= \frac{৭}{২০}$

উদাহরণ ৯। বিয়োগ কর: $৫\frac{১}{৩} - ৪\frac{২}{৯}$

সমাধান:

$৫\frac{১}{৩} - ৪\frac{২}{৯}$

মিশ্র ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে বিয়োগ করা হয়েছে।

$= \frac{১৬}{৩} - \frac{৩৮}{৯}$

$= \frac{৪৮}{৯} - \frac{৩৮}{৯}$ [৩ ও ৯ এর ল. সা. গু. ৯]

$= \frac{৪৮ - ৩৮}{৯}$

$= \frac{১০}{৯}$

$= ১\frac{১}{৯}$

উদাহরণ ১০। সরল কর:

$২\frac{১}{৩} + ২\frac{১}{৬} - ১\frac{১}{২}$

সমাধান: $২\frac{১}{৩} + ২\frac{১}{৬} - ১\frac{১}{২}$

$= \frac{৭}{৩} + \frac{১৩}{৬} - \frac{৩}{২}$

$= \frac{১৪}{৬} + \frac{১৩}{৬} - \frac{৯}{৬}$

$= \frac{১৪+১৩-৯}{৬}$

$= \frac{২৭-৯}{৬}$

$= \frac{\cancel{১৮}^{৩}}{\cancel{৬}_{১}}$

$= ৩$

উদাহরণ ১১। ১০ মিটার লম্বা একটি সাদা ফিতার $৫\frac{১}{১২}$ মিটার নীল রং এবং $৪\frac{১}{৩}$ মিটার লাল রং করা হলো। ফিতাটির কত মিটার সাদা রইল?

সমাধান: ফিতাটির দৈর্ঘ্য ১০ মিটার।

ফিতাটিতে নীল রং করা হয়েছে $৫\frac{১}{১২}$ মিটার, লাল রং করা হয়েছে $৪\frac{১}{৩}$ মিটার

∴ ফিতাটিতে নীল রং ও লাল রং করা হয়েছে

$\left(৫\frac{১}{১২} + ৪\frac{১}{৩}\right)$ মিটার

$= \left(\frac{৬১}{১২} + \frac{১৩}{৩}\right)$ মিটার

$= \left(\frac{৬১ + ৫২}{১২}\right)$ মিটার

$= \frac{১১৩}{১২}$ মিটার

∴ ফিতাটির সাদা অংশ

$= \left(১০ - \frac{১১৩}{১২}\right)$ মিটার

$= \left(\frac{১২০ - ১১৩}{১২}\right)$ মিটার

$= \frac{৭}{১২}$ মিটার

অনুশীলনী ৭ (গ)

১। যোগ কর:

(ক) $\frac{১}{৭}+\frac{৩}{৭}+\frac{২}{৭}$ (খ) $\frac{৩}{৩৮}+\frac{৫}{৩৮}+\frac{৭}{৩৮}+\frac{৮}{৩৮}$ (গ) $\frac{১১}{৯}+\frac{১৩}{৯}+\frac{১০}{৯}$

(ঘ) $\frac{২৮}{২৫}+\frac{৩১}{২৫}+\frac{৩৭}{২৫}+\frac{৩৯}{২৫}$ (ঙ) $\frac{১}{১৮}+\frac{২}{৯}+\frac{৫}{৬}$ (চ) $\frac{২}{৫}+\frac{৭}{১৫}+\frac{১১}{২৫}$

(ছ) $২\frac{১}{৫}+১\frac{২}{৫}+৩\frac{১}{৫}$ (জ) $২\frac{১}{৩}+\frac{৫}{৪}+১\frac{১}{২}+\frac{৩}{৪}$ (ঝ) $৭\frac{৭}{৮}+১০\frac{৭}{১২}+৩\frac{৫}{১৬}+\frac{১৭}{৬}+\frac{৪}{৩}$

(ঞ) $১০\frac{১}{২}+৪\frac{৩}{৫}+২\frac{৩}{৪}+\frac{৪}{৫}+১\frac{১}{৪}+৪$ (ট) $৫+১\frac{৩}{৪}+৭\frac{১}{২}+৫\frac{৩}{৮}+৫\frac{৩}{১০}+৭\frac{১}{৫}$

২। বিয়োগ কর:

(ক) $\frac{২৭}{৩২}-\frac{৯}{৩২}$ (খ) $\frac{৩১}{৯}-\frac{১১}{৯}$ (গ) $\frac{৪৩}{১২}-\frac{১৩}{১২}$ (ঘ) $৫\frac{৭}{১২}-৪\frac{৫}{১২}$

(ঙ) $৬\frac{১}{৯}-৪\frac{৭}{৯}$ (চ) $৮\frac{৩}{১৬}-৭\frac{১}{১৬}$ (ছ) $১\frac{৯}{১০}-১\frac{৪}{৫}$ (জ) $২\frac{৩}{৪}-\frac{৪}{৫}$

(ঝ) $২\frac{৩}{৪}-\frac{৪}{৫}$ (ঞ) $৩-\frac{৫}{৮}$ (ট) $৪\frac{২}{৩}-২$

৩। সরল কর:

(ক) $\frac{৩}{৪}+\frac{৭}{৮}-\frac{১১}{১২}$ (খ) $\frac{৭}{১৫}+\frac{৫}{১৬}-\frac{৯}{২০}$ (গ) $\frac{৫}{৩২}+\frac{১১}{১২}-\frac{৭}{৮}$ (ঘ) $৭\frac{৩}{৪}+৫\frac{৪}{৫}-৬\frac{৩}{১০}$

(ঙ) $৭\frac{২}{৫}-৩\frac{১}{২}-১\frac{১}{৪}$ (চ) $৮\frac{৩}{৭}-২\frac{৩}{৫}+৪\frac{২}{৭}$ (ছ) $১\frac{১}{২}+৩\frac{৩}{৪}-৪\frac{১}{৫}$

(জ) $৫\frac{৩}{৪}-১\frac{১}{২}+২\frac{১}{৩}-১\frac{২}{৩}$ (ঝ) $৫\frac{১}{৪}-১\frac{১}{৭}+\frac{৫}{১৪}-\frac{১}{২}$

(ঞ) $১\frac{১}{৩}-৫\frac{১}{৪}-২\frac{৫}{৬}-\frac{৩}{৪}$ (ট) $২\frac{১}{২}-৪\frac{৩}{৫}-১\frac{৩}{৮}+৫\frac{৭}{১৫}$

৪। শমু সমস্ত দিনের $\frac{১}{৪}$ অংশ সময় স্কুলে পড়াশুনা করে, $\frac{১}{১২}$ অংশ সময় খেলাধুলা করে, $\frac{১}{৩}$ অংশ সময় বাড়িতে পড়াশুনা করে এবং বাকি সময় সে বিশ্রাম ও অন্যান্য কাজে কাটায়। সে দিনের কত অংশ খেলা ও পড়াশুনা করে?

৫। শফিক তার বাবার সম্পত্তির $\frac{১}{৪}$ অংশ, ছোট বোন মিনু $\frac{১}{৩}$ অংশ এবং ছোট ভাই মামুন $\frac{১}{৬}$ অংশ পেল। তারা মোট সম্পত্তির কত অংশ পেল?

৬। মিমি প্রথম দিনে একটি বইয়ের $\frac{১}{৩}$ অংশ, দ্বিতীয় দিনে $\frac{১}{৪}$ অংশ এবং তৃতীয় দিনে $\frac{১}{১২}$ অংশ পড়ল। সে তিন দিনে বইটির মোট কত অংশ পড়ল?

৭। রহিম প্রথম ঘন্টায় ৪ $\frac{১}{৩}$ কিলোমিটার, দ্বিতীয় ঘন্টায় ৩ $\frac{১}{৬}$ কিলোমিটার এবং তৃতীয় ঘন্টায় ১ $\frac{১}{৩}$ কিলোমিটার হেঁটেছে। সে তিন ঘন্টায় মোট কত কিলোমিটার পথ হেঁটেছে?

৮। একটি বাঁশের $\frac{১}{৫}$ অংশ কাদায়, $\frac{২}{৫}$ অংশ পানিতে এবং বাকি অংশ পানির উপরে আছে। পানির উপরে কত অংশ আছে?

৯। অপুর কাছে ৫০ $\frac{৩}{৪}$ টাকা আছে। সে ২৫ $\frac{১}{২}$ টাকা দিয়ে একটি খাতা এবং ১০ $\frac{১}{২}$ টাকা দিয়ে একটি পেনসিল কিনলো। তার কাছে এখন কত টাকা আছে?

১০। হানিফ সাহেব তাঁর সম্পত্তি স্ত্রী, এক ছেলে ও দুই মেয়ের মধ্যে ভাগ করে দিলেন। ছেলে $\frac{৩}{৮}$ অংশ এবং প্রত্যেক মেয়ে $\frac{২}{৮}$ অংশ করে পেলে স্ত্রী কত অংশ পেলেন?

১১। দুইটি ভগ্নাংশের বিয়োগফল ৮ $\frac{৩}{৮}$। ছোট সংখ্যাটি ৩ $\frac{৩}{৮}$ হলে, বড় সংখ্যাটি কত?

১২। নিচের ফাঁকা ঘরগুলো পূরণ কর:

(ক) $\square - \frac{৫}{৮} = \frac{১}{৪}$ (খ) $\square - \frac{১}{৫} = \frac{১}{২}$ (গ) $\square - \frac{১}{২} = \frac{১}{৬}$

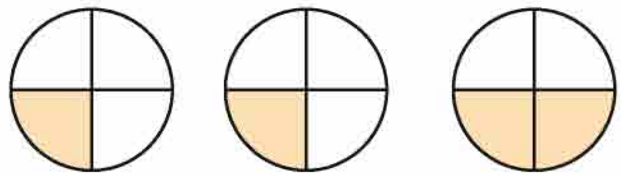
(ঘ) $\frac{৭}{১০} - \square = \frac{৩}{১০}$ (ঙ) $\square + \frac{৫}{২৭} = \frac{১২}{২৭}$

(চ) $১\frac{১}{৪} + ২\frac{১}{২} + ২\frac{৫}{৬} = \square$ (ছ) $৩\frac{১}{৪} + ৩\frac{১}{২} + ৪\frac{৩}{৪} = \square$

ভগ্নাংশের গুণ

ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ

পাশের চিত্র লক্ষ করি।



$\frac{১}{৪}$ অংশ রঙিন $\quad$ $\frac{১}{৪}$ অংশ রঙিন $\quad$ $\frac{২}{৪}$ অংশ রঙিন

প্রতিটি রঙিন অংশ বৃত্তের   অংশ। তাহলে দুইটি রঙিন অংশকে কীভাবে একত্রে প্রকাশ করা যায়?

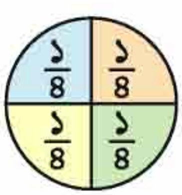
লক্ষ করি, $\frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} = \frac{১}{৪} \times ২$

$= \frac{১ \times ২}{৪}$

$= \frac{২}{৪} = \frac{১}{২}$

$$\text{ভগ্নাংশ} \times \text{পূর্ণ সংখ্যা} = \frac{\text{ভগ্নাংশের লব} \times \text{পূর্ণ সংখ্যা}}{\text{ভগ্নাংশের হর}}$$

কোনো ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হলে ভগ্নাংশের হর ঠিক রেখে এর লবকে সেই পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হয়। গুণফলকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করতে হয়।



পাশের চিত্রে, বৃত্তটিকে সমান ৪ অংশে ভাগ করা হয়েছে। প্রতি অংশ বৃত্তের $\frac{১}{৪}$ অংশ। এখন এর ৩টি অংশ নিলেই $\frac{১}{৪}$ কে ৩ দিয়ে গুণ করা হয়। আবার, বৃত্তটির ৩টি অংশ নেওয়ার অর্থ $\frac{১}{৪}$ কে ৩ বার লিখে যোগ করা।

যোগের সংক্ষিপ্ত নিয়ম হলো গুণ। কাজেই $\frac{১}{৪}$ কে ৩ বার লিখে যোগ করা আর $\frac{১}{৪}$ কে ৩ দিয়ে গুণ করা একই কথা।

$$\therefore \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৪} = \frac{১+১+১}{৪} = \frac{১ \times ৩}{৪} = \frac{৩}{৪}$$

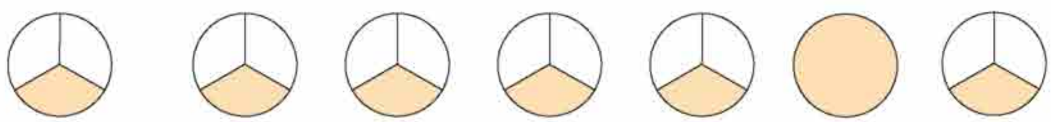
উদাহরণ ১। অপুর বাড়ি থেকে স্কুল $\frac{১}{৩}$ কিলোমিটার দূরে। স্বাধীনতা দিবসে অপু খুব ভোরে স্কুলে গেল এবং সেখানে জাতীয় পতাকা উত্তোলনের পর বাড়ি ফিরে এলো। দুপুরের পর সে আবার স্কুলের সাংস্কৃতিক অনুষ্ঠানে গেল এবং সন্ধ্যায় বাড়ি ফিরে এলো।ঐদিন স্কুলে যাওয়া–আসায় অপু কতটুকু পথ হাঁটলো?

সমাধান: স্বাধীনতা দিবসে অপু $\frac{১}{৩}$ কিলোমিটার পথ ৪ বার হাঁটলো। $\frac{১}{৩}$ কিলোমিটারকে ৪ দিয়ে গুণ করলে মোট দূরত্ব পাওয়া যাবে।

$$\frac{১}{৩} \times ৪ = \frac{১ \times ৪}{৩} = \frac{৪}{৩} = ১\frac{১}{৩}$$

$\therefore$ অপু $১\frac{১}{৩}$ কিলোমিটার হাঁটলো।

এবার নিচের চিত্রটি লক্ষ করি:



$$\frac{১}{৩} \times ৪ = \frac{১}{৩} + \frac{১}{৩} + \frac{১}{৩} + \frac{১}{৩} = ১ + \frac{১}{৩}$$

উদাহরণ ২। $\frac{১৫}{৭} \times ৫ =$ কত?

সমাধান: $\frac{১৫}{৭} \times ৫ = \frac{১৫ \times ৫}{৭}$

$= \frac{৭৫}{৭} = ১০\frac{৫}{৭}$

উদাহরণ ৩। $৮\frac{১}{৪} \times ১৪ =$ কত?

সমাধান: $৮\frac{১}{৪} \times ১৪ = \frac{৩৩}{৪} \times ১৪ = \frac{৩৩ \times ১৪}{৪}$

$= \frac{\overset{২৩১}{\cancel{৪৬২}}}{\underset{২}{\cancel{৪}}} = \frac{২৩১}{২} = ১১৫\frac{১}{২}$

মিশ্র ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হলে, প্রথমে মিশ্র ভগ্নাংশটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে হয়।

ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ

পাশের চিত্র লক্ষ করি:

চিত্রে, বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ১ বর্গ মিটার।

বর্গক্ষেত্রটি ১৫টি ছোট ছোট আয়তক্ষেত্রে বিভক্ত হয়েছে।

প্রতিটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{১৫}$ বর্গমিটার

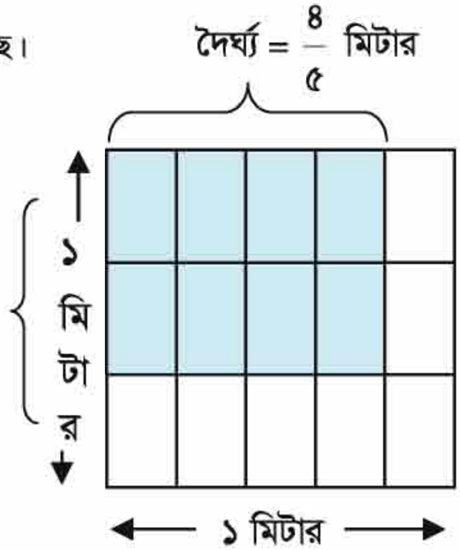
গাঢ় অংশের ক্ষেত্রফল = $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$ বর্গমিটার

গাঢ় অংশে ৮টি ছোট আয়তক্ষেত্র রয়েছে।

গাঢ় অংশের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{১৫} \times ৮$ বর্গমিটার

= $\frac{৮}{১৫}$ বর্গমিটার

লক্ষ করি, $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩} = \frac{৮}{১৫}$ অর্থাৎ, $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩} = \frac{৪ \times ২}{৫ \times ৩}$



একটি ভগ্নাংশকে অন্য একটি ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে গুণফল হবে একটি ভগ্নাংশ, যার লব হবে ভগ্নাংশ দুইটির লবের গুণফল এবং হর হবে ভগ্নাংশ দুইটির হরের গুণফল।

উদাহরণ ৪। $\frac{৫}{৬} \times \frac{৩}{৮}$ = কত?

সমাধান : $\frac{৫}{৬} \times \frac{৩}{৮} = \frac{৫ \times \cancel{৩}^{১}}{\cancel{৬}_{২} \times ৮}$

$= \frac{৫}{১৬}$

উদাহরণ ৫। $\frac{১২}{৫} \times \frac{১}{৬}$ = কত?

সমাধান : $\frac{১২}{৫} \times \frac{১}{৬} = \frac{\cancel{১২}^{২} \times ১}{৫ \times \cancel{৬}_{১}}$

$= \frac{২}{৫}$

উদাহরণ ৬। $\frac{২৭}{১৫} \times \frac{১৮}{১২}$ = কত?

সমাধান: $\frac{২৭}{১৫} \times \frac{১৮}{১২} = \frac{\overset{৯}{\cancel{২৭}} \times \overset{৩}{\cancel{১৮}}}{\underset{৫}{\cancel{১৫}} \times \underset{২}{\cancel{১২}}}$

$= \frac{২৭}{১০} = ২\frac{৭}{১০}$

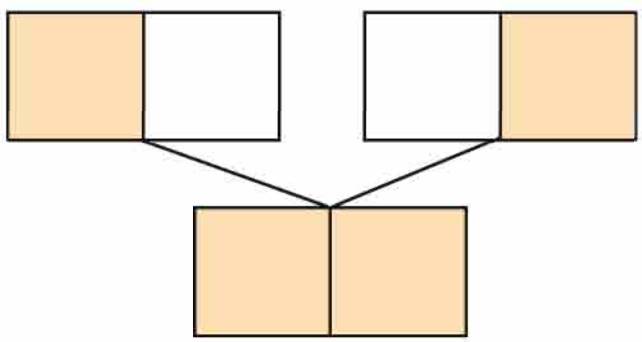
উদাহরণ ৭। $৩\frac{২}{১৫} \times \frac{৩}{৫}$ = কত?

সমাধান: $৩\frac{২}{১৫} \times \frac{৩}{৫} = \frac{৪৭}{১৫} \times \frac{৩}{৫}$

$= \frac{৪৭ \times \overset{১}{\cancel{৩}}}{\underset{৫}{\cancel{১৫}} \times ৫} = \frac{৪৭}{২৫} = ১\frac{২২}{২৫}$

মিশ্র ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করার সময় মিশ্র ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে নিতে হয়।

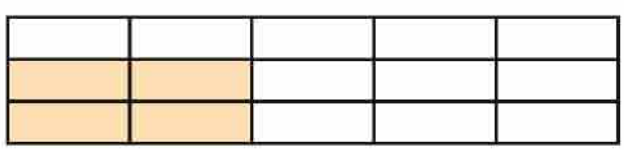
'এর' এর অর্থ : নিচের চিত্র লক্ষ করি



চিত্রের উপরের অংশের দুইটি বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি রঙিন অংশকে (১ এর $\frac{১}{২}$) অংশ হিসেবে প্রকাশ করা যায়। দুইটি বর্গক্ষেত্রের দুইটি রঙিন অংশকে একত্রে (২ এর $\frac{১}{২}$) অংশ বা, ১ হিসেবে প্রকাশ করা যায়।

$\therefore$ ২ এর $\frac{১}{২} = \frac{১}{২} \times ২ = ১$

আবার নিচের চিত্র লক্ষ করি



ক্ষেত্রটিকে মোট ১৫টি সমান ছোট ছোট ক্ষেত্রে বিভক্ত করা হয়েছে।

এর রং করা অংশ = ক্ষেত্রটির $\frac{২}{৫}$ অংশ

গাঢ় রং করা অংশ = রং করা অংশের $\frac{২}{৩}$ অংশ

= ক্ষেত্রটির $\frac{২}{৫}$ অংশের $\frac{২}{৩}$ অংশ

কিন্তু গাঢ় রং করা অংশ = ক্ষেত্রটির $\frac{৪}{১৫}$ অংশ

$\therefore$ $\frac{২}{৫}$ অংশের $\frac{২}{৩} = \frac{৪}{১৫}$

অর্থাৎ, $\frac{২\times২}{৫\times৩} = \frac{৪}{১৫}$

উদাহরণ ৮। এক মিটার কাপড়ের $\frac{৩}{৪}$ অংশ লাল। কাপড়টির লাল অংশের $\frac{১}{২}$ অংশ দিয়ে একটি রুমাল তৈরি করা হলো। রুমাল তৈরি করতে এক মিটার কাপড়ের কত অংশ ব্যবহৃত হয়েছে?

সমাধান: রুমাল তৈরি করতে এক মিটার কাপড়ের ($\frac{৩}{৪}$ এর $\frac{১}{২}$) অংশ ব্যবহৃত হয়েছে।

এখন, $\frac{৩}{৪}$ এর $\frac{১}{২} = \frac{৩\times১}{৪\times২}$

$= \frac{৩}{৮}$

$\therefore$ রুমাল তৈরি করতে এক মিটার কাপড়ের $\frac{৩}{৮}$ অংশ ব্যবহৃত হয়েছে।

বিপরীত ভগ্নাংশ

প্রত্যেক ভগ্নাংশেরই লব এবং হর আছে। কোনো ভগ্নাংশের লবকে হর এবং হরকে লব ধরে প্রাপ্ত ভগ্নাংশকে সেই ভগ্নাংশের বিপরীত ভগ্নাংশ বলা হয়।

$\frac{৩}{৪}$ একটি ভগ্নাংশ যার হর ৪ এবং লব ৩। ৩ এবং ৪ এর স্থান বদল করে পাওয়া যায় $\frac{৪}{৩}$।

সুতরাং, $\frac{৩}{৪}$ এর বিপরীত ভগ্নাংশ $\frac{৪}{৩}$ এবং $\frac{৪}{৩}$ এর বিপরীত ভগ্নাংশ $\frac{৩}{৪}$। দুইটি ভগ্নাংশের গুণফল ১ হলে তারা একে অপরের বিপরীত ভগ্নাংশ।

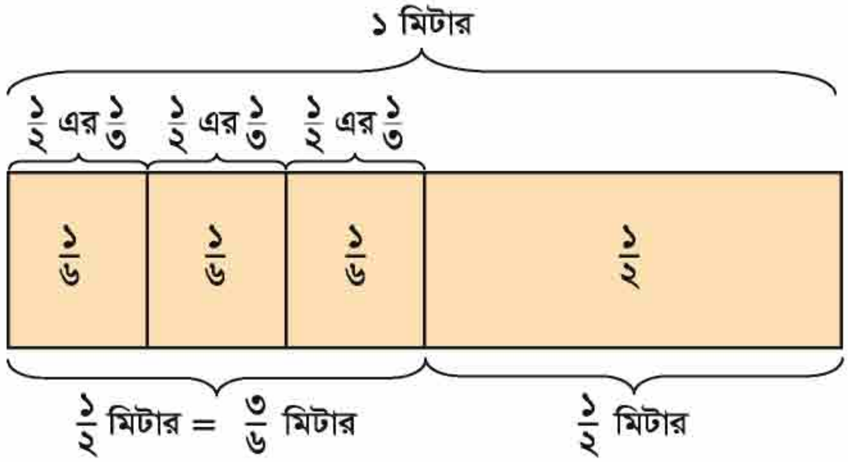
কোনো ভগ্নাংশ × ঐ ভগ্নাংশের বিপরীত ভগ্নাংশ = ১

ভগ্নাংশের ভাগ

স্কুলের সাংস্কৃতিক সপ্তাহে চৈতি ১ মিটার লাল ফিতা কিনে এর অর্ধেক দিয়ে তিনটি ব্যাজ তৈরি করলো। প্রতিটি ব্যাজ তৈরি করতে ১ মিটার ফিতার কত অংশ লাগবে?

১ মিটার ফিতার অর্ধেক = $\frac{১}{২}$ মিটার ফিতা।

চৈতি $\frac{১}{২}$ মিটার ফিতাকে আবার ৩ ভাগ করলো এবং প্রতিটি ভাগ (অংশ) দিয়ে একটি করে ব্যাজ তৈরি করলো। প্রতিটি ব্যাজের জন্য লেগেছে $\frac{১}{২}$ মিটারের $\frac{১}{৩}$ ভাগ ফিতা।



চিত্র থেকে লক্ষ করি, অর্ধেকের $\frac{১}{৩}$ অংশ সমগ্র ফিতাটির $\frac{১}{৬}$ অংশের সমান।

অর্থাৎ, $\frac{১}{২} \div ৩ = \frac{১}{২} \div \frac{৩}{১} = \frac{১}{২} \times \frac{১}{৩} = \frac{১}{৬}$

প্রতি ব্যাজে ১ মিটারের $\frac{১}{৬}$ অংশ বা $\frac{১}{৬}$ মিটার ফিতা লেগেছে।

কোনো ভগ্নাংশকে অপর একটি ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করতে হলে প্রথম ভগ্নাংশকে দ্বিতীয় ভগ্নাংশের বিপরীত ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করতে হয়।

উদাহরণ ৯। $\frac{৩}{৫} \div ৮ =$ কত?

সমাধান: $\frac{৩}{৫} \div ৮ = \frac{৩}{৫} \div \frac{৮}{১}$

$= \frac{৩}{৫} \times \frac{১}{৮}$ [$\frac{৮}{১}$-এর বিপরীত ভগ্নাংশ]

$= \frac{৩}{৪০}$

উদাহরণ ১০। $১\frac{৫}{৭} \div ১২ =$ কত?

সমাধান: $১\frac{৫}{৭} \div ১২ = \frac{১২}{৭} \div \frac{১২}{১}$

$= \frac{\overset{১}{\cancel{১২}}}{৭} \times \frac{১}{\underset{১}{\cancel{১২}}} = \frac{১}{৭}$

উদাহরণ ১১। $১৫ \div ১\frac{১}{২} =$ কত?

সমাধান:

$১৫ \div ১\frac{১}{২} = ১৫ \div \frac{৩}{২}$

$= \frac{\overset{৫}{\cancel{১৫}}}{১} \times \frac{২}{\underset{১}{\cancel{৩}}} = ১০$

উদাহরণ ১২। $\frac{\frac{২৩}{৭৫}}{\frac{৪৬}{৩৫}} =$ কত?

সমাধান: $\frac{\frac{২৩}{৭৫}}{\frac{৪৬}{৩৫}} = \frac{২৩}{৭৫} \div \frac{৪৬}{৩৫}$

$= \frac{\overset{১}{\cancel{২৩}}}{\underset{১৫}{\cancel{৭৫}}} \times \frac{\overset{৭}{\cancel{৩৫}}}{\underset{২}{\cancel{৪৬}}} = \frac{৭}{৩০}$

উদাহরণ ১৩। হাবিব সাহেব তাঁর সম্পত্তির $\frac{১}{৪}$ অংশ নিজের জন্য রেখে অবশিষ্ট সম্পত্তি ২ সন্তানকে সমানভাবে ভাগ করে দিলেন। প্রত্যেক সন্তান সম্পত্তির কত অংশ পেল?

সমাধান: হাবিব সাহেব তাঁর সম্পত্তি থেকে নিজের জন্য রাখেন $\frac{১}{৪}$ অংশ।

অবশিষ্ট সম্পত্তি = $\left(১-\frac{১}{৪}\right)$ অংশ $= \left(\frac{৪-১}{৪}\right)$ অংশ $= \frac{৩}{৪}$ অংশ।

তিনি অবশিষ্ট সম্পত্তি ২ সন্তানের মধ্যে ভাগ করে দিলেন।

সুতরাং, প্রত্যেক সন্তান পেল = $\left(\frac{৩}{৪} \div ২\right) = \left(\frac{৩}{৪} \div \frac{২}{১}\right) = \left(\frac{৩}{৪} \times \frac{১}{২}\right) = \frac{৩}{৮}$

অনুশীলনী ৭ (ঘ)

১। গুণফল নির্ণয় কর

ক) $\frac{৬}{৭} \times ১৪$ খ) $\frac{৭}{৮} \times ১৮$ গ) $\frac{২}{৩} \times \frac{৯}{১৬}$ ঘ) $\frac{১৭}{১৮} \times \frac{১২}{১৭}$

ঙ) $\frac{১৬}{৩} \times \frac{১৭}{১২}$ চ) $\frac{৫}{১৮} \times \frac{৬৮}{১৩} \times \frac{১৩}{৩৪}$ ছ) $৩\frac{৭}{১২} \times ১\frac{৫}{২১}$ জ) $৮\frac{৩}{১৪} \times ৩\frac{১}{৩৫}$

২। ভাগফল নির্ণয় কর

ক) $\frac{৩}{৪} \div ৫$ খ) $১৮ \div \frac{২৪}{১১}$ গ) $১\frac{১}{২০} \div ৭$ ঘ) $২\frac{৭}{১০} \div ৯$

ঙ) $১৫ \div ২\frac{১}{২}$ চ) $\frac{১৭}{৩০} \div \frac{৩৪}{৫}$ ছ) $২\frac{৩}{৪} \div ৫\frac{১}{২}$ জ) $৫\frac{৩}{৫} \div ১\frac{১}{৭}$

৩। মান নির্ণয় কর :

ক) $\frac{৩}{৪}$ এর $\frac{৮}{৯}$ খ) $\frac{৫}{১২}$ এর $\frac{৯}{৮}$ গ) $\frac{৮}{৯}$ এর $\frac{২৭}{৩২}$ ঘ) $\frac{\frac{১৫}{২৪}}{৭}$

ঙ) $\frac{\frac{১৯}{৩}}{৩৮}$ চ) $\frac{৩\frac{১}{২}}{৫\frac{১}{৪}}$

৪। কোনো ছাত্রাবাসে প্রতিদিন $১\frac{১}{৪}$ কুইন্টাল চাল লাগে। ঐ ছাত্রাবাসে ৮ দিনে কত কুইন্টাল চাল লাগে?

৫। বোনের বয়স ভাইয়ের বয়সের $\frac{৪}{৫}$ অংশ। ভাইয়ের বয়স ১৫ বছর হলে, বোনের বয়স কত?

৬। ভাজক ভাগফলের ৮ গুণ। ভাগফল $\frac{৭}{৮}$ হলে, ভাজ্য কত?

৭। কোন সংখ্যার ৮ গুণ, $\frac{১}{৩}$ এর ১০ গুণের সমান?

৮। দুইটি সংখ্যার গুণফল $১০\frac{২}{৭}$। একটি সংখ্যা $২\frac{২}{৭}$ হলে, অপরটি কত?

৯। একটি সংখ্যাকে $৫\frac{১}{২}$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল $২০\frac{১}{২}$ হয়। সংখ্যাটি কত?

১০। কোন সংখ্যাকে ১২ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল $\frac{১}{৩}$ ও $\frac{১}{৪}$ এর যোগফলের সমান হবে?

১১। মিজান সাহেবের সম্পত্তির $\frac{৩}{২০}$ অংশের মূল্য ৬০,০০০ টাকা। ঐ সম্পত্তির $\frac{১}{১০}$ অংশের মূল্য কত?

১২। একটি খুঁটির $\frac{১}{৬}$অংশ কাদায়, $\frac{১}{২}$ অংশ পানিতে এবং বাকি অংশ পানির উপরে আছে। পানির উপরের অংশের দৈর্ঘ্য ২ মিটার হলে, পানিতে যতটুকু খুঁটি আছে তার দৈর্ঘ্য কত?

১৩। ৮$\frac{৩}{৪}$ ডজন কলা ২১ জন লোকের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কয়টি করে কলা পাবে?

১৪। মলি তার টাকার $\frac{১}{৫}$ অংশ দিয়ে কাগজ, $\frac{১}{৩}$ অংশ দিয়ে কলম ও $\frac{১}{৪}$ অংশ দিয়ে খাতা কিনে দেখল তার নিকট আরও ৫২ টাকা রয়েছে। প্রথমে তার নিকট কত টাকা ছিল?

১৫। সাজ্জাদ সাহেবের নিকট ২৪০০০ টাকা ছিল। তিনি তাঁর টাকার $\frac{৫}{১২}$ অংশ এতিমখানায়, $\frac{৩}{৮}$ অংশ শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে দান করলেন। তাঁর নিকট আর কত টাকা রইলো?

১৬। নগেন বাবু তাঁর সম্পত্তির $\frac{১}{৮}$অংশ নিজে রেখে $\frac{১}{৮}$ অংশ স্ত্রীকে দিলেন। অবশিষ্ট সম্পত্তি চার পুত্রের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেওয়ায় প্রত্যেক পুত্র ১৫০০০ টাকার সম্পত্তি পেল। মোট সম্পত্তির মূল্য কত?

১৭। কমল বাবু তাঁর মাসিক আয়ের $\frac{১}{৫}$অংশ বাড়ি ভাড়া বাবদ, $\frac{৩}{৮}$ অংশ ছেলেমেয়ের পড়ার খরচ বাবদ এবং $\frac{৩}{১০}$অংশ অন্যান্য কাজে ব্যয় করেন। অবশিষ্ট টাকা ব্যাংকে জমা করেন। বছর শেষে ব্যাংকে ১৪৪০০ টাকা জমা হলে, তাঁর মাসিক আয় কত?

১৮। রনি ও পান্না বার্ষিক পরীক্ষায় যথাক্রমে মোট নম্বরের $\frac{৩}{৪}$ অংশ ও $\frac{২}{৩}$ অংশ পেল। পান্নার চেয়ে রনি ৫০ নম্বর বেশি পেল। মোট নম্বর কত ছিল ও কে কত নম্বর পেল?

১৯। মতিন সাহেব তাঁর টাকার $\frac{১}{২}$ অংশ দিয়ে একটি সাইকেল কিনলেন। তিনি যত টাকা দিয়ে সাইকেল কিনলেন তার $\frac{৪}{৫}$ অংশ দিয়ে একটি রেডিও কিনে বাকি টাকা দুই কন্যার মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলেন। প্রত্যেক কন্যা ৩০০ টাকা করে পেলে মতিন সাহেবের নিকট কত টাকা ছিল?

অষ্টম অধ্যায়

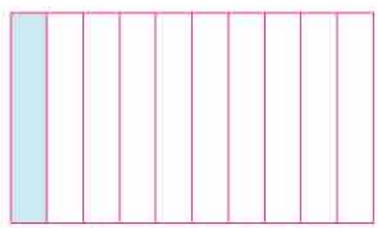
দশমিক ভগ্নাংশ

দশমিক ভগ্নাংশের গুণ

মিনা ও রাজু বাজারে গিয়ে প্রতি কেজি ১৫·৫০ টাকা দরে ১·৫ কেজি সবজি কিনলো। তারা সবজি বিক্রেতাকে কত টাকা দেবে? নিশ্চয়ই সবজির দাম হবে (১৫·৫০ × ১·৫) টাকা। কিন্তু ১৫·৫০ ও ১·৫ এই দুইটিই দশমিক সংখ্যা। সবজির দাম বের করতে হলে মিনা ও রাজুকে দশমিক ভগ্নাংশের গুণ কীভাবে করতে হয় তা জানতে হবে। এসো আমরা ০·১ × ০·১ এর গুণফল নির্ণয়ের চেষ্টা করি।

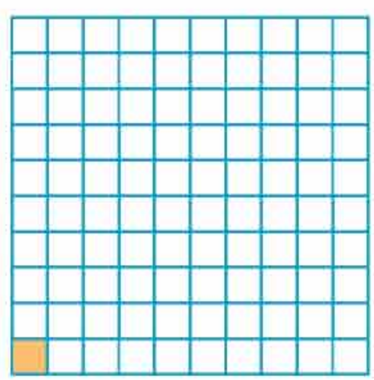
আমরা জানি, $০·১ = \frac{১}{১০}$ । সুতরাং, $০·১ \times ০·১ = \frac{১}{১০} \times \frac{১}{১০} = \frac{১ \times ১}{১০ \times ১০} = \frac{১}{১০০} = ০·০১$ ।

এবার পাশের চিত্র লক্ষ করি:



$\frac{১}{১০}$ ভগ্নাংশ দ্বারা ১০টি সমান অংশের একটিকে প্রকাশ করা হয়েছে। চিত্রে রঙিন অংশটি দ্বারা $\frac{১}{১০}$ কে প্রকাশ করা হয়েছে।

আমরা জানি যে, $\frac{১}{১০} \times \frac{১}{১০}$ এর অর্থ $\frac{১}{১০}$ এর $\frac{১}{১০}$ ।

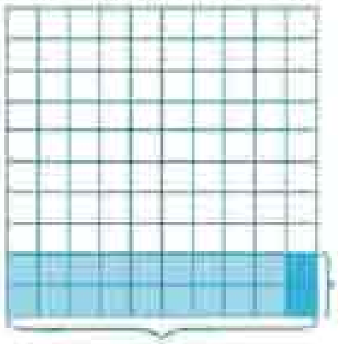


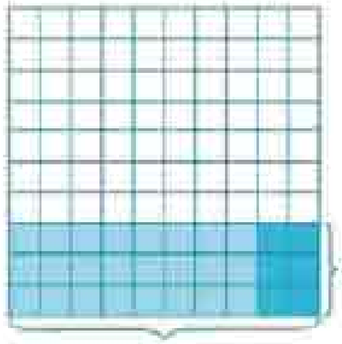
সুতরাং, আমরা $\frac{১}{১০}$ অংশকে আবার সমান ১০টি অংশে ভাগ করে একটি অংশকে চিহ্নিত করলে নিচের চিত্রের তারকা চিহ্নিত ছোট বর্গক্ষেত্রটি পাই। তারকা চিহ্নিত ছোট বর্গক্ষেত্রটি কি অন্যভাবে প্রকাশ করা যায়?

চিত্রে, ১০০টি ছোট বর্গক্ষেত্র রয়েছে। এর মধ্যে তারকা চিহ্নিত ছোট বর্গক্ষেত্রটি ১০০টি ছোট বর্গক্ষেত্রের ১টি যাকে ০·০১ দিয়ে প্রকাশ করা হয়েছে।

লক্ষ করি, ০·১ × ০·১ এর মধ্যে ০·১ দুইবার রয়েছে। ০·১এ দশমিক বিন্দুর পরে একটি অঙ্ক এবং ০·০১এ দশমিক বিন্দুর পরে দুইটি অঙ্ক রয়েছে।

আবার নিচের চিত্র লক্ষ করি,





০·২ × ০·১ = ০·২ এর এক দশমাংশ
= ২ শতাংশ
= ০·০২

০·৩ × ০·২ = ০·৩ এর দুই দশমাংশ
= ৬ শতাংশ
= ০·০৬

দশমিক ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ

উদাহরণ ১। গুণ কর: ০·২ × ৩

সমাধান:

০·২ গুণ্য
× ৩ গুণক
০·৬ গুণফল

গুণ, যোগের সংক্ষিপ্ত রূপ। কাজেই ·২ কে ৩ দিয়ে গুণ করার অর্থ একে ৩ বার লিখে যোগ করা।

০·২
০·২
+০·২
০·৬ গুণফল

ব্যাখ্যা:

শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ
			২ × ৩	
			৬	

গুণ্য ০·২ এর দশমিক বিন্দু উহ্য রেখে ২ কে ৩ দিয়ে গুণ করলে গুণফল হয় ৬। গুণ্যে দশমিকের পরে একটি অঙ্ক আছে। গুণফলের ডানদিক থেকে একটি অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসিয়ে নির্ণেয় গুণফল পাওয়া গেছে।

উদাহরণ ২। গুণ কর: ১৫'০৬ × ২৫

সমাধান:

```
  ১৫০৬
  × ২৫
 ------
  ৭৫৩০
 ৩০১২০
 ------
 ৩৭৬৫০
```

ব্যাখ্যা:

শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ
	১	৫	০	৬ ×২৫
৩	৭	৬	৫	০

গুণ্যে দশমিক বিন্দুর ডানে দুইটি অঙ্ক আছে। তাই গুণফলের ডানদিক থেকে দুইটি অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসিয়ে নির্ণেয় গুণফল পাওয়া যাবে।

∴ ১৫'০৬ × ২৫ = ৩৭৬ '৫০

পূর্ণ সংখ্যাকে দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ

উদাহরণ ৩। গুণ কর: ১২ × ৩'১২৫

সমাধান:

```
   ৩১২৫
   × ১২
 ------
   ৬২৫০
  ৩১২৫০
 ------
  ৩৭৫০০
```

ব্যাখ্যা:

শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
		৩	১	২	৫ ×১২
	৩	৭	৫	০	০

গুণকে দশমিক বিন্দুর ডানে তিনটি অঙ্ক আছে।গুণফলের ডান দিক থেকে তিন অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসিয়ে গুণফল পাওয়া যাবে।

∴ ১২ × ৩'১২৫ = ৩৭'৫০০ = ৩৭'৫

গুণফলে দশমিক সংখ্যার ডানে ৫এর পরে দুইটি শূন্য থাকায় এদের বাদ দেওয়া হয়েছে।

দশমিক ভগ্নাংশকে ১০, ১০০ দিয়ে গুণ

উদাহরণ ৪। গুণ কর: ৫·২৩৭ × ১০

সমাধান: ৫·২৩৭ × ১০
= ৫২·৩৭

ব্যাখ্যা :

৫.২৩৭ = ৫২৩৭ সহস্রাংশ
× ১০
৫২৩৭০ সহস্রাংশ
= ৫২৩৭ শতাংশ
= ৫২·৩৭

গুণকে ১ এর ডানে একটি শূন্য রয়েছে। গুণ্যের দশমিক বিন্দুটিকে এক ঘর ডানে সরালেই গুণফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ ৫। গুণফল বের কর :
৯·৮৫৩ × ১০০

সমাধান: ৯·৮৫৩ × ১০০
= ৯৮৫·৩

ব্যাখ্যা : ৯·৮৫৩ × ১০০

$= \frac{৯৮৫৩}{১০০০} \times ১০০$

$= \frac{৯৮৫৩}{১০}$

= ৯৮৫·৩

গুণকে ১ এর ডানে দুইটি শূন্য রয়েছে। গুণ্যের দশমিক বিন্দুটিকে দুই ঘর ডানে সরালেই গুণফল পাওয়া যায়।

দশমিক ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ

উদাহরণ ৬। গুণ কর: ০.৭৮ × ০.২৫

সমাধান:

```
     ৭৮
   × ২৫
  ------
    ৩৯০
   ১৫৬০
  ------
   ১৯৫০
```

গুণফল : ০.১৯৫০

ব্যাখ্যা :

$$০.৭৮ \times ০.২৫ = \frac{৭৮}{১০০} \times \frac{২৫}{১০০} = \frac{৭৮ \times ২৫}{১০০০০} = \frac{১৯৫০}{১০০০০} = ০.১৯৫০$$

দশমিক বিন্দুর ডান দিকে গুণ্যে ২টি এবং গুণকে ২টি মোট ৪টি অঙ্ক আছে। তাই গুণফলের ডান দিক থেকে চার অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসানো হয়েছে।

লক্ষ করি, প্রথমে দশমিক বিন্দু বর্জন করে পূর্ণ সংখ্যার গুণের মতো সাধারণভাবে গুণ করা হয়েছে। এরপর গুণ্য ও গুণকের দশমিক বিন্দুর ডান পাশে মোট যতগুলো অঙ্ক রয়েছে গুণফলের ডান দিক থেকে ততগুলো অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসিয়ে গুণফল পাওয়া গেছে।

উদাহরণ ৭। গুণ কর: ০.২৩ × ০.১৭৮

সমাধান:

```
      ২৩
   × ১৭৮
  -------
     ১৮৪
    ১৬১০
    ২৩০০
  -------
    ৪০৯৪
```

∴ ০.২৩ × ০.১৭৮ = ০.০৪০৯৪

দশমিক বিন্দুর ডানে গুণ্যে ২টি ও গুণকে ৩টি মোট ৫টি অঙ্ক আছে। সুতরাং গুণফলে দশমিক বিন্দুর ডানে ৫টি অঙ্ক থাকবে। কিন্তু গুণফলে ৪টি অঙ্ক থাকায় বামে একটি শূন্য বসিয়ে দশমিক বিন্দু দেওয়া হয়েছে, যাতে দশমিক বিন্দুর ডানে ৫টি অঙ্ক হয়।

উদাহরণ ৮। একটি রেলগাড়ি ঘণ্টায় ৪২.৫ কিলোমিটার যায়। রেলগাড়িটি ৫.৪ ঘণ্টায় কত কিলোমিটার যাবে?

সমাধান: রেলগাড়িটি ১ ঘণ্টায় যায় ৪২.৫ কিলোমিটার।
রেলগাড়িটি ৫.৪ ঘণ্টায় যাবে ৪২.৫ × ৫.৪ কিলোমিটার।
= ২২৯.৫০ কিলোমিটার।

```
     ৪২৫
    × ৫৪
  -------
    ১৭০০
   ২১২৫০
  -------
   ২২৯৫০
```

অনুশীলনী ৮(ক)

১। গুণফল নির্ণয় কর:

(ক) ০.২৪ × ১২ (খ) ৬.২৬৫ × ১৮ (গ) ২৫ × ৬.০৫
(ঘ) ৩৯ × ৩.৬৭৯ (ঙ) ৮৭.৬৭ × ১০ (চ) ১২৩.৫৮৫ × ১০০
(ছ) ০.০০১২৫ × ১০০ (জ) ১১ × ০.১১ × ১.১ (ঝ) ০.২৫ × ০.২৫ × ২.৫
(ঞ) ৭ × ০.৭ × ০.০০৭ × ৭০০০
(ট) ০.৩ × ০.০৩ × ০.০০৩ × ৩০
(ঠ) ১.৮ × ০.১৮ × ০.৮ × ০.০১ ।

২। ১ মিটার ৩৯.৩৭ ইঞ্চির সমান হলে, ১২ মিটারে কত ইঞ্চি?

৩। ১ ইঞ্চি সমান ২.৫৪ সেন্টিমিটার হলে, ৮.৫ ইঞ্চিতে কত সেন্টিমিটার?

৪। একটি পেনসিলের দাম ১৫.৭৫ টাকা হলে, এক ডজন পেনসিলের দাম কত?

৫। একটি গাড়ি ঘন্টায় ৪২.৫ কিলোমিটার যায়। গাড়িটি ১৫.৩ ঘন্টায় কত কিলোমিটার যাবে?

৬। ঊর্মি ও মৌমি যথাক্রমে এক কুড়ি লিচুর .৫ অংশ ও .৪ অংশ করে নিল। প্রত্যেকে কয়টি করে লিচু পেল?

৭। এক লিটার দুধের দাম ৪৫.৭৫ টাকা। শামীম ২ লিটার দুধ কিনে দুধওয়ালাকে ১০০ টাকা দিল। শামীম কত টাকা ফেরত পাবে?

৮। এক কুড়ি ডিমের দাম ১৬০ টাকা। মণি .৮ কুড়ি এবং রুমি .৫ কুড়ি ডিম কিনল। কে কয়টা ডিম কিনল এবং কত টাকা দাম দিল?

৯। সাঈদ সাহেব তাঁর মাসিক বেতনের ০.১৫ অংশ আয়কর দেন। বাকি টাকার ০.৮ অংশ তিনি সংসারের কাজে খরচ করে অবশিষ্ট টাকা সঞ্চয় করেন। যদি তিনি মাসে ১০২০ টাকা সঞ্চয় করেন, তবে তাঁর মাসিক বেতন কত?

১০। একটি বাঁশের ০.১৫ অংশ কাদায় ও ০.৬৫ অংশ পানিতে আছে। যদি পানির উপরে বাঁশটির দৈর্ঘ্য ৪ মিটার হয়, তাহলে সম্পূর্ণ বাঁশটির দৈর্ঘ্য কত?

দশমিক ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দিয়ে ভাগ

উদাহরণ ৯। ভাগফল বের কর: ৩৪·৮ ÷ ৬

সমাধান:

৬) ৩৪৮(৫৮
৩০ ← একই →
৪৮
৪৮
০

ভাগফলে দশমিক বিন্দু স্থাপন

৬) ৩৪·৮(৫·৮
৩০
৪৮
৪৮
০

ব্যাখ্যা:

৩৪·৮ = ৩৪৮ দশমাংশ
৬) ৩৪৮ দশমাংশ (৫৮ দশমাংশ
৩০
৪৮
৪৮
০

∴ ভাগফল = ৫৮ দশমাংশ
= ৫·৮

লক্ষ করি, ভাগ করতে গিয়ে যখনই দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্ক নেওয়া হয়েছে, তখনই ভাগফলে দশমিক বিন্দু দেওয়া হয়েছে।

উদাহরণ ১০। ভাগফল বের কর: ৩৮·৫ ÷ ১৬

সমাধান:

১৬)৩৮·৫(২·৪০৬২৫
৩২
৬৫
৬৪
১০০
৯৬
৪০
৩২
৮০
৮০
০

দশমিক বিন্দুর ডানের অংশ ভাগ করার সময় যতক্ষণ পর্যন্ত মিলে না যায় ততক্ষণ পর্যন্ত অবশিষ্টের ডানে একটি করে শূন্য (০) বসিয়ে ভাগ করা হয়েছে।

৩৮·৫ = ৩৮·৫০০০

সুতরাং ৩৮·৫ ÷ ১৬ = ৩৮·৫০০০ ÷ ১৬

পূর্ণসংখ্যাকে দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ

উদাহরণ ১১। ভাগফল বের কর: ৩২ ÷ ২·৫

সমাধান: ৩২ ÷ ২·৫

এখানে ভাজ্য ৩২ ও ভাজক ২·৫। ভাজক ২·৫ এর দশমিক বিন্দু এক ঘর ডানে সরিয়ে পাই, ২৫। ভাজ্য ৩২ এর ডানে একটি শূন্য বসিয়ে পাই, ৩২০।

```
২৫)৩২০(১২·৮
   ২৫
   ---
    ৭০
    ৫০
   ---
    ২০০
    ২০০
   ---
      ০
```

ব্যাখ্যা:

$$৩২ \div ২·৫ = \frac{৩২}{২·৫} = \frac{৩২ \times ১০}{২·৫ \times ১০} = \frac{৩২০}{২৫} = ৩২০ \div ২৫$$

$\therefore$ ৩২ ÷ ২·৫ = ১২·৮

লক্ষ করি, ভাজকের দশমিক বিন্দুকে এমনভাবে ডানে সরানো হয়েছে যেন ভাজক পূর্ণসংখ্যা হয়। ভাজকে দশমিক বিন্দু যত ঘর ডানে সরানো হয়েছে, ভাজ্যের ডানে ততটি শূন্য বসানো হয়েছে। পরিবর্তিত ভাজ্যকে পরিবর্তিত ভাজক দিয়ে ভাগ করে ভাগফল নির্ণয় করা হয়েছে।

উদাহরণ ১২। ৩·৫ কেজি আলুর মূল্য ৬৩ টাকা। ১ কেজি আলুর মূল্য কত?

সমাধান : ১ কেজি আলুর মূল্য ৬৩ ÷ ৩·৫ টাকা। ভাজ্য ও ভাজককে ১০ দ্বারা গুণ করে

৬৩ ÷ ৩.৫ = ৬৩০ ÷ ৩৫

```
৩৫) ৬৩০ ( ১৮
    ৩৫
    ---
    ২৮০
    ২৮০
    ---
      ০
```

১ কেজি আলুর মূল্য ১৮ টাকা।

দশমিক ভগ্নাংশকে ১০, ১০০ দিয়ে ভাগ

উদাহরণ ১৩। ভাগফল বের কর: ৫৭·৪৮ ÷ ১০

সমাধান: ৫৭·৪৮ ÷ ১০

= ৫·৭৪৮

∴ ৫৭·৪৮ ÷ ১০ = ৫·৭৪৮

ব্যাখ্যা:

৫৭·৪৮ ÷ ১০

= ৫৭৪৮ শতাংশ × $\frac{১}{১০}$

= ৫৭৪৮ সহস্রাংশ = ৫·৭৪৮

লক্ষ করি, ভাজকে ১ এর ডানে শূন্য (০) একটি। ভাজ্যের দশমিক বিন্দু এক ঘর বামে সরিয়ে ভাগফল পাওয়া গেছে। ভাজ্যে যে অঙ্কগুলো আছে ভাগফলে সেই অঙ্কগুলোই আছে। শুধু দশমিক বিন্দুর অবস্থানের পরিবর্তন হয়েছে।

উদাহরণ ১৪। ভাগফল বের কর: ২৪৭·৮ ÷ ১০০

সমাধান: ২৪৭·৮ ÷ ১০০

= ২·৪৭৮

∴ ২৪৭·৮ ÷ ১০০ = ২·৪৭৮

ব্যাখ্যা:

২৪৭·৮ ÷ ১০০

= ২৪৭৮ দশমাংশ × $\frac{১}{১০০}$

= ২৪৭৮ × $\frac{১}{১০}$ × $\frac{১}{১০০}$

= ২৪৭৮ × $\frac{১}{১০০০}$

= ২৪৭৮ সহস্রাংশ = ২·৪৭৮

লক্ষ করি,

* ভাজকে ১ এর ডানে ২টি শূন্য (০) আছে। ভাজ্যের দশমিক বিন্দু ২ ঘর বামে সরিয়ে ভাগফল পাওয়া গেছে।
* ভাজকে ১ এর ডানে ৩টি শূন্য (০) থাকলে ভাজ্যের দশমিক বিন্দু ৩ ঘর বামে সরিয়ে দিলেই ভাগফল পাওয়া যাবে।
* প্রয়োজনে শূন্য (০) সংযোজন করে নিতে হবে।

দশমিক ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ

উদাহরণ ১৫। ভাগফল নির্ণয় কর:
৩৩·৬ ÷ ৩·২

সমাধান: ৩৩·৬ ÷ ৩·২
এখানে ভাজ্য ৩৩·৬ ও ভাজক ৩·২। ভাজক ৩·২ এর দশমিক বিন্দু এক ঘর ডানে সরিয়ে পাই, ৩২ এবং ভাজ্য ৩৩·৬ এর দশমিক বিন্দু এক ঘর ডানে সরিয়ে পাই, ৩৩৬·০০।

```
৩২)৩৩৬·০০(১০·৫
   ৩২
   ----
     ১৬০
     ১৬০
     ----
       ০
```

∴ ৩৩·৬ ÷ ৩·২ = ১০·৫

উদাহরণ ১৬। ভাগফল নির্ণয় কর:
৩·৩৬ ÷ ৩·২

সমাধান: ৩·৩৬ ÷ ৩·২

এখানে ভাজক ৩·২ ও ভাজ্য ৩·৩৬। ভাজক ৩·২ এর দশমিক বিন্দু এক ঘর ডানে সরিয়ে পাই, ৩২ এবং ভাজ্য ৩·৩৬ এর দশমিক বিন্দু এক ঘর ডানে সরিয়ে পাই, ৩৩·৬।

```
৩২)৩৩·৬(১·০৫
   ৩২
   ----
    ১৬০
    ১৬০
    ----
      ০
```

∴ ৩·৩৬ ÷ ৩·২ = ১·০৫

লক্ষ করি,

* ভাজককে দশমিকবিহীন করার জন্য একে ১০ দিয়ে গুণ করা হয়েছে। অর্থাৎ, দশমিক বিন্দু এক ঘর ডানে সরেছে। রাশির মান ঠিক রাখার জন্য ভাজ্যের দশমিক বিন্দুও এক ঘর ডানে সরেছে।
* দশমিক বিন্দুর ডানের অংশ ভাগ করার সময় যতক্ষণ পর্যন্ত মিলে না যায় ততক্ষণ পর্যন্ত অবশিষ্টের ডানে একটি করে শূন্য (০) বসিয়ে ভাগ করা হয়েছে।

উদাহরণ ১৭। একটি গাড়ি ২·৪ লিটার পেট্রলে ৪৩·২ কিলোমিটার চলে। ১ লিটার পেট্রলে গাড়িটি কত কিলোমিটার চলবে?

সমাধান: গাড়িটি ২·৪ লিটার পেট্রলে চলে ৪৩·২ কিলোমিটার।

∴ গাড়িটি ১ লিটার পেট্রলে চলবে (৪৩·২ ÷ ২·৪) কিলোমিটার।

এখানে, $\frac{৪৩·২}{২·৪} = \frac{৪৩·২ \times ১০}{২·৪ \times ১০} = \frac{৪৩২}{২৪}$

```
২৪)৪৩২(১৮
   ২৪
   ----
   ১৯২
   ১৯২
   ----
     ০
```

∴ গাড়িটি ১ লিটার পেট্রলে ১৮ কিলোমিটার চলে।

অনুশীলনী ৮(খ)

১। ভাগফল নির্ণয় কর :

(ক) ৬ ১৩·১৪ ÷ ৬	(খ) ১৪·৪৯ ÷ ৭	(গ) ৪৬·৫ ÷ ৫
(ঘ) ০·৮০ ÷ ১৬	(ঙ) ৬৫·৪ ÷ ৬	(চ) ০·০০৫ ÷ ২৫
(ছ) ১৫ ÷ ০·০৪	(জ) ৪২ ÷ ৭·৫	(ঝ) ১৮ ÷ ৩·৬০
(ঞ) ১২·৩৮ ÷ ১০	(ট) ২৮·৫ ÷ ১০	(ঠ) ৭৮·৩ ÷ ১০০
(ড) ৮৩·৬৫ ÷ ১০০	(ঢ) ৫৭·৫ ÷ ০·২৩	(ণ) ৬·৪ ÷ ০·০৫
(ত) ০·০২৭ ÷ ১৮	(থ) ০·০০০৭ ÷ ০·০৩৫	(দ) ৬৫·৬১ ÷ ০·০০২৭

২। এক ডজন বলপেনের দাম ৫১·৬০ টাকা হলে, একটি বলপেনের দাম কত?

৩। এক কুইন্টাল চালের দাম ৩৮৭৫·০০ টাকা হলে, ১ কেজি চালের দাম কত?

৪। ৩·৫ মিটার সমান ১৩৭·৭৯৫ ইঞ্চি হলে, ১ মিটার সমান কত ইঞ্চি?

৫। একটি গাড়ি ঘন্টায় ৪৬·৮ কিলোমিটার যায়। গাড়িটির ২৫৭·৪ কিলোমিটার যেতে কত সময় লাগবে?

৬। একটি মোবাইল ফোন থেকে ৩ মিনিট কথা বলায় ২·০৪ টাকা খরচ হলো। ঐ ফোন থেকে প্রতি মিনিটে কথা বলার খরচ কত?

৭। দুইটি সংখ্যার গুণফল ১০·৫। একটি সংখ্যা ২·৮ হলে, অপরটি কত?

৮। দুইটি সংখ্যার গুণফল ১২·৭৭৫। একটি সংখ্যা ০·৭ হলে, অপরটি কত?

৯। ০·০০০৬২৫ কে কত দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল ০·১২৫ হবে?

১০। ৪০ জন শিক্ষার্থীর প্রত্যেকে ১২·৭৫ টাকা করে চাঁদা দেওয়ায় মোট যত টাকা হলো, তা ৮ জন দরিদ্র লোকের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেওয়া হলো। প্রত্যেক দরিদ্র লোক কত টাকা করে পেল?

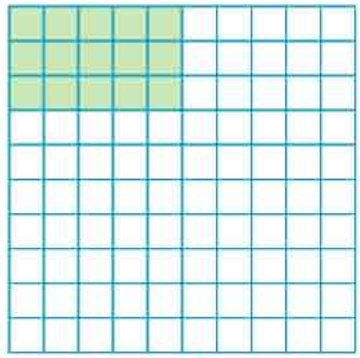
১১। একজন শিক্ষক ৬০·৬০ টাকা ডজন দরে ৩৯৩·৯০ টাকার কমলা কিনে ১৩ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলেন। তাহলে প্রত্যেক শিক্ষার্থী কয়টি করে কমলা পেল?

১২। দুইটি সংখ্যার যোগফল ৭০·৬০। বড় সংখ্যাটি ছোট সংখ্যা থেকে ৪·৫০ বেশি। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

নবম অধ্যায়

শতকরা

ডানের বড় ক্ষেত্রটি ১০০টি ছোট ক্ষেত্রে বা ঘরে ভাগ করা হয়েছে। এই একশত ঘরের মধ্যে ১৫টি ঘর রং করা হয়েছে। তা হলে দেখা যায়, রং করা ঘরগুলো বড় ক্ষেত্রটির $\frac{১৫}{১০০}$ অংশ।



উপরের শেষ লাইনে হর হলো ১০০। $\frac{১৫}{১০০}$ ভগ্নাংশটিকে পড়া হয় প্রতি শতে পনেরো বা শতকরা ১৫। একে লেখা হয় ১৫%।

বিষয়	পূর্ণ নম্বর	সিয়াম	সিরাত	সিহাব	পার্থ	মিতা
গণিত	১০০	৮২	৭৫	৮৫	৭০	৭৩

সিয়াম ১০০ নম্বরে পেয়েছে ৮২ অর্থাৎ সে 'প্রতি শতে ৮২' বা শতকরা ৮২ বা ৮২% নম্বর পেয়েছে। সিরাত পেয়েছে ৭৫%, সিহাব পেয়েছে ৮৫%, পার্থ পেয়েছে ৭০% এবং মিতা পেয়েছে ৭৩%

লক্ষ করি : শতকরা একটি ভগ্নাংশ, যার হর ১০০

উদাহরণ ১। $\frac{৪}{৫}$ কে শতকরায় প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{৪}{৫} = \frac{৪\times ২০}{৫\times ২০}$

$= \frac{৮০}{১০০} = ৮০\%$

উদাহরণ ২। $\frac{১৩}{২৫}$ কে শতকরায় প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{১৩}{২৫} = \frac{১৩\times ৪}{২৫\times ৪}$

$= \frac{৫২}{১০০} = ৫২\%$

লক্ষ করি : ভগ্নাংশের হর ১০০ নিয়ে শতকরা করা হয়।

উদাহরণ ৩। ৪৫% কে ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : $৪৫\% = \frac{৪৫^{৯}}{১০০_{২০}} = \frac{৯}{২০}$

উদাহরণ ৪। ১৮%কে ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : $১৮\% = \frac{১৮^{৯}}{১০০_{৫০}} = \frac{৯}{৫০}$

শতকরাকে ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়।

উদাহরণ ৫। সখীপুর গ্রামের লোক সংখ্যা ১২৮০ জন। ঐ গ্রামে ৪০% লোক শিক্ষিত হলে, শিক্ষিত লোকের সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান : সখীপুর গ্রামে ৪০% লোক শিক্ষিত।

অর্থাৎ, ১০০ জন লোকের মধ্যে শিক্ষিত ৪০ জন

১ " " " $\frac{৪০}{১০০}$ "

১২৮০ " " $\frac{\overset{২}{৪০} \times \overset{২৫৬}{১২৮০}}{১০০_{৫ ১}} = ৫১২$ জন।

উদাহরণ ৬। একটি কলম ৫০ টাকায় ক্রয় করে ৫৫ টাকায় বিক্রয় করা হলো। এতে শতকরা কত লাভ হলো?

সমাধান : বিক্রয়মূল্য = ৫৫ টাকা

ক্রয়মূল্য = ৫০ টাকা

∴ লাভ = ৫৫ টাকা − ৫০ টাকা = ৫ টাকা

৫০ টাকায় লাভ হয় ৫ টাকা

১ " " " $\frac{৫}{৫০}$ "

∴ ১০০ " " " $\frac{৫ \times ১০০^{২}}{৫০_{১}} = ১০$ টাকা।

∴ শতকরা ১০ টাকা লাভ হয়।

* ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বিক্রয়মূল্য বেশি হলে লাভ হয়
* লাভ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য
* লাভ ক্রয়মূল্যের উপর হিসাব করা হয়।

উদাহরণ ৭। একটি কলম ৫০ টাকায় ক্রয় করে ৪৬ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত ক্ষতি হবে?

সমাধান : ক্রয়মূল্য ৫০ টাকা

বিক্রয়মূল্য ৪৬ টাকা

ক্ষতি = ৫০ টাকা – ৪৬ টাকা = ৪ টাকা

৫০ টাকায় ক্ষতি হয় ৪ টাকা

১ " " " $\frac{৪}{৫০}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " $\frac{৪ \times ১০০^{২}}{৫০_{১}}$ = ৮ টাকা।

$\therefore$ শতকরা ৮ টাকা ক্ষতি হয়।

* ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বিক্রয়মূল্য কম হলে ক্ষতি বা লোকসান হয়।
* ক্ষতি বা লোকসান = ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য।
* ক্ষতি বা লোকসান ক্রয়মূল্যের উপর হিসাব করা হয়।

উদাহরণ ৮। শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার ৭ টাকা। ৮০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত?

সমাধান : ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৭ টাকা

১ " ১ " " $\frac{৭}{১০০}$ "

৮০০ " ১ " " $\frac{৭ \times ৮০০}{১০০}$ "

৮০০ " ৫ " " $\frac{৭ \times ৮০০^{৮} \times ৫}{১০০_{১}}$ টাকা = ২৮০ টাকা।

$$মুনাফা = \frac{হার \times আসল \times সময়}{১০০}$$

উদাহরণ ৯। মাহফুজা ৫০০ টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৩ বছরে ১০৫ টাকা মুনাফা পেল। শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার কত?

সমাধান : ৫০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা ১০৫ টাকা

৫০০ " ১ " " $\frac{১০৫}{৩}$ "

১ " ১ " " $\frac{১০৫}{৫০০ \times ৩}$ "

১০০ " ১ " " $\frac{১০৫ \times ১০০}{৫০০ \times ৩}$ টাকা = ৭ টাকা।

∴ শতকরা বার্ষিক মুনাফা ৭ টাকা।

$$শতকরা\ মুনাফার\ হার = \frac{মুনাফা \times ১০০}{সময় \times আসল}$$

* ব্যাংকে যে টাকা জমা রাখা হয় তা হলো 'আসল'।

* আসল টাকার অতিরিক্ত যে টাকা ব্যাংক প্রদান করে তা হলো 'মুনাফা'।

* ১০০ টাকায় ১ বছরে যে মুনাফা হয় তা হলো শতকরা মুনাফার হার।

উদাহরণ ১০। মুনাফার হার ৮% হলে কত টাকার ৫ বছরের মুনাফা ২৪০ টাকা হবে?

সমাধান : ৮ টাকা মুনাফা হয় ১ বছরে যখন আসল ১০০ টাকা

১ " " " ১ " " " $\frac{১০০}{৮}$ "

২৪০ " " " ১ " " " $\frac{১০০ \times ২৪০}{৮}$ "

২৪০ " " " ৫ " " " $\frac{১০০ \times ২৪০}{৮ \times ৫}$ টাকা

= ৬০০ টাকা।

$$আসল = \frac{মুনাফা \times ১০০}{মুনাফার\ হার \times সময়}$$

লক্ষ করি : একই মুনাফার জন্য বছর বেশি হলে আসল কম হবে, তাই ৫ দিয়ে ভাগ করা হয়েছে।

অনুশীলনী ৯

১। শতকরায় প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{৩}{৪}$ (খ) $\frac{৫}{৮}$ (গ) $\frac{৪}{১৫}$ (ঘ) $\frac{১৮}{১৫}$ (ঙ) $\frac{১৫}{২৪}$

(চ) $\frac{৫}{১২}$ (ছ) $\frac{২৮}{৫০}$

২। সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) ৬% (খ) ১৫% (গ) ৩০% (ঘ) ৪৫% (ঙ) ৫০%

(চ) ৬৫% (ছ) ৭৫% (জ) ৮০%

৩। মান নির্ণয় কর :

(ক) ২৫ টাকার ৮% (খ) ৭৫ টাকার ৫% (গ) ৬০ টাকার ২৫%

(ঘ) ৪০ কেজির ২০% (ঙ) ৬০ গ্রামের ৩০% (চ) ৮০ কি.মি. এর ১৫%

৪। আলীপুর গ্রামের লোকসংখ্যা ১৮০০ জন। ঐ গ্রামে ৪৫% লোক শিক্ষিত হলে, শিক্ষিত লোকের সংখ্যা কত?

৫। বিরামপুর গ্রামে লোকসংখ্যা ৫% বৃদ্ধি পেয়ে ২১০০ জন হলো। পূর্বে ঐ গ্রামের লোকসংখ্যা কতজন ছিল?

৬। কোনো পরীক্ষায় ৪০ জন ছাত্রের মধ্যে ৪ জন ফেল করেছে। শতকরা কতজন ছাত্র ঐ পরীক্ষায় পাশ করেছে?

৭। বাংলাদেশে বছরে প্রতি হাজারে ২৫ জন লোক জন্মগ্রহণ করে এবং ১৫ জন লোক মারা যায়। বছরে জনসংখ্যা শতকরা কত হারে বৃদ্ধি পায়?

৮। চন্দনপুর গ্রামে লোকসংখ্যা শতকরা ৪ জন বৃদ্ধি পেয়ে ১০৪০ জন হলো। পূর্বে ঐ গ্রামের লোকসংখ্যা কতজন ছিল?

৯। বাংলাদেশের জনসংখ্যা ১৯৮১ সালে ৯ কোটি এবং ১৯৮২ সালে ৯ কোটি ২৭ লক্ষ ছিল। ১৯৮২ সালে জনসংখ্যা বৃদ্ধির শতকরা হার কত?

১০। একটি কলম ৫০ টাকায় ক্রয় করে ৫৫ টাকায় বিক্রয় করা হলো। এতে শতকরা কত লাভ হলো?

১১। একটি কলম ৬০ টাকায় ক্রয় করে ৫৪ টাকায় বিক্রয় করা হলো। এতে শতকরা কত লোকসান হলো?

১২। একটি প্যান্টের ক্রয়মূল্য ২৫০ টাকা। প্যান্টটি কত মূল্যে বিক্রয় করলে ২০% লাভ হবে?

১৩। একটি রেডিও ১১৪০ টাকায় বিক্রয় করায় ৫% ক্ষতি হলো। রেডিওটির ক্রয়মূল্য কত?

১৪। এক ব্যক্তি ৬% ক্ষতিতে একটি খাসি বিক্রয় করল। খাসিটির বিক্রয়মূল্য ৩১৯৬ টাকা হলে, ক্রয়মূল্য কত?

১৫। ৮০০ টাকার আপেল ৪% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। এতে মোট কত টাকা ক্ষতি হলো?

১৬। ৮০০ টাকার আপেল ৪% লাভে বিক্রয় করা হলো। এতে মোট কত টাকা লাভ হলো?

১৭। ৬০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা ১৪৪ টাকা। মুনাফার হার নির্ণয় কর।

১৮। মাহফুজা ব্যাংকে ৯০০ টাকা জমা রেখে ৩ বছরে ৮১ টাকা মুনাফা পেল। শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার কত?

১৯। শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার ৭ টাকা। ৭০০ টাকার ৭ বছরের মুনাফা কত?

২০। বার্ষিক ৮% মুনাফায় ৪৮০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত?

২১। মুনাফার হার ৬% হলে, কত টাকার ৫ বছরের মুনাফা ১৮০ টাকা হবে?

২২। শতকরা বার্ষিক ৮ টাকা মুনাফায় কোনো আসলের ৫ বছরের মুনাফা ৩৬০ টাকা। আসল নির্ণয় কর।

২৩। বার্ষিক ৫% মুনাফায় ৩০০ টাকার কত বছরের মুনাফা ৬০ টাকা হবে?

২৪। বার্ষিক শতকরা মুনাফার হার ৫ টাকা হলে, ৯০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা কত হবে?

২৫। বার্ষিক ৫% মুনাফায় কত বছরে ৪২৫ টাকা মুনাফাসহ আসল ৫১০ টাকা হবে?

দশম অধ্যায়

পরিমাপ

দৈর্ঘ্য পরিমাপ

দৈর্ঘ্য পরিমাপের মূল একক : মিটার

প্রত্যেক সীমাবদ্ধ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট বস্তুরই নির্দিষ্ট পরিমাপ রয়েছে এবং এ পরিমাপকেই বস্তুটির দৈর্ঘ্য পরিমাপ বলা হয়।

মূল একক মিটারের সঙ্গে অন্যান্য মেট্রিক এককের সম্পর্ক :

১ কিলোমিটার (কি.মি.)	=	১০০০ মিটার (মি.)
১ হেক্টোমিটার (হে.মি.)	=	১০০ মিটার (মি.)
১ ডেকামিটার (ডে.মি.)	=	১০ মিটার (মি.)
১ মিটার (মি.)	=	১ মিটার (মি.)
১ ডেসিমিটার (ডেসি.মি.)	=	$\frac{১}{১০}$ মি. বা, ০·১ মি.
১ সেন্টিমিটার (সে.মি.)	=	$\frac{১}{১০০}$ মি. বা, ০·০১ মি.
১ মিলিমিটার (মি.মি.)	=	$\frac{১}{১০০০}$ মি. বা, ০·০০১ মি.

মূল একক মিটার থেকে বড় এককে যাওয়ার ক্ষেত্রে প্রতিটি একক পূর্ববর্তী এককের ১০ গুণ হয়। আবার মূল একক মিটার থেকে ছোট এককে যাওয়ার ক্ষেত্রে প্রতিটি একক পূর্ববর্তী এককের $\frac{১}{১০}$ গুণ হয়।

কিলো হচ্ছে	হাজার গুণ	(১০×১০×১০)	১০০০
হেক্টো হচ্ছে	শত গুণ	(১০×১০)	১০০
ডেকা হচ্ছে	দশ গুণ	(১০)	১০
ডেসি হচ্ছে	দশমাংশ	$\frac{১}{১০}$	০·১
সেন্টি হচ্ছে	শতাংশ	$\frac{১}{১০০}$	০·০১
মিলি হচ্ছে	সহস্রাংশ	$\frac{১}{১০০০}$	০·০০১

ওজন পরিমাপ

ওজন পরিমাপের মূল একক : গ্রাম

ওজন পরিমাপের মেট্রিক এককাবলি:

দৈর্ঘ্য পরিমাপের মেট্রিক এককাবলির ছকে 'মিটার' এর পরিবর্তে 'গ্রাম' বসালে ওজন পরিমাপের মেট্রিক এককাবলির ছক পাওয়া যায়।

মেট্রিক পদ্ধতিতে ওজন পরিমাপের জন্য ব্যবহৃত আরও দুইটি একক:

১০০ কিলোগ্রাম (কেজি) = ১ কুইন্টাল
১০ কুইন্টাল বা ১০০০ কিলোগ্রাম = ১ মেট্রিক টন

উদাহরণ ১। ৮ কিলোগ্রাম ৩৫ গ্রাম ৭৯ সেন্টিগ্রাম ৬ মিলিগ্রামকে মিলিগ্রামে প্রকাশ কর।

সমাধান : ৮ কিলোগ্রাম = ৮×১০০০ গ্রাম=৮০০০গ্রাম = ৮০০০×১০০০মি.গ্রা.
= ৮০০০০০০ মি. গ্রা.
৩৫ গ্রাম = ৩৫ × ১০০০ মি.গ্রা. = ৩৫০০০ মি.গ্রা.
৭৯ সেন্টিগ্রাম = ৭৯ × ১০ মি.গ্রা. = ৭৯০ মি.গ্রা.
৬ মিলিগ্রাম = ৬ × ১ মি.গ্রা. = ৬ মি.গ্রা.
যোগফল = ৮০৩৫৭৯৬ মি.গ্রা.

উদাহরণ ২। ৫৮ কেজি ৩৫৭ গ্রাম ৬২৯ মিলিগ্রামকে কেজিতে প্রকাশ কর।

সমাধান : ৫৮ কেজি = ৫৮ × ১ কেজি = ৫৮ কেজি
৩৫৭ গ্রাম = ৩৫৭ × ০.০০১ কেজি = ০˙৩৫৭ কেজি
৬২৯ মিলিগ্রাম = ৬২৯ × ০.০০১ গ্রাম = ০˙৬২৯ গ্রাম
= ০˙৬২৯ × ০˙০০১
= ০˙০০০৬২৯ কেজি
যোগফল = ৫৮˙৩৫৭৬২৯ কেজি

উদাহরণ ৩। ৯৮৭৬০০০ গ্রামে কত কুইন্টাল? কত মেট্রিক টন?

সামধান: ৯৮৭৬০০০ গ্রাম = $\frac{৯৮৭৬০০০}{১০০০}$ কেজি = ৯৮৭৬ কেজি
= $\frac{৯৮৭৬}{১০০}$ কুইন্টাল = ৯৮˙৭৬ কুইন্টাল।
আবার, ৯৮৭৬০০০ গ্রাম = ৯৮৭৬ কেজি = $\frac{৯৮৭৬}{১০০০}$ মেট্রিক টন = ৯˙৮৭৬ মেট্রিক টন।

$\therefore$ ৯৮৭৬০০০ গ্রামে ৯৮˙৭৬ কুইন্টাল বা ৯˙৮৭৬ মেট্রিক টন।

উদাহরণ ৪। যোগ কর :

(ক)

কি.মি.	হে.মি.	ডে.মি.	মিটার
৯৮	৭	৬	৫
৭৬	৮	৪	৯
৫৩	০	৮	৭
৪২	৯	৩	১

(খ)

কেজি.	হে.গ্রা.	ডে.গ্রা.	গ্রাম
৩৯	৬	৭	৮
৫২	১	০	৯
১৩	৫	৪	২
৪৮	৬	৫	৩

সমাধান :

(ক)

কি.মি.	হে.মি.	ডে.মি.	মিটার
৯৮	৭	৬	৫
৭৬	৮	৪	৯
৫৩	০	৮	৭
৪২	৯	৩	১
২৭১	৬	৩	২

(খ)

কেজি.	হে.গ্রা.	ডে.গ্রা.	গ্রাম
৩৯	৬	৭	৮
৫২	১	০	৯
১৩	৫	৪	২
৪৮	৬	৫	৩
১৫৩	৯	৮	২

২৭১ কি.মি. ৬ হে.মি. ৩ ডে.মি. ২ মিটার। ১৫৩ কেজি. ৯ হে.গ্রা. ৮ ডে.গ্রা. ২ গ্রা.

উদাহরণ ৫। বিয়োগ কর :

(ক)

কি.মি.	হে.মি.	ডে.মি.	মিটার
৮৯	৫	৭	৩
৪৭	৬	৪	৮

(খ)

কেজি.	হে.গ্রা.	ডে.গ্রা.	গ্রাম
৭৬	৯	২	৪
৫৩	৮	৭	৬

সমাধান :

(ক)

কি.মি.	হে.মি.	ডে.মি.	মিটার
৮৯	$৫^{+১০}$	৭	$৩^{+১০}$
$৪৭^{+১}$	৬	$৪^{+১}$	৮
৪১	৯	২	৫

(খ)

কেজি.	হে.গ্রা.	ডে.গ্রা.	গ্রাম
৭৬	৯	$২^{+১০}$	$৪^{+১০}$
৫৩	$৮^{+১}$	$৭^{+১}$	৬
২৩	০	৪	৮

৪১ কি.মি. ৯ হে.মি. ২ ডে.মি. ৫ মিটার ২৩ কেজি ৪ ডে.গ্রা. ৮ গ্রাম

উদাহরণ ৬। ৭৮ কেজি ৯ হে.গ্রা. ৬ ডে.গ্রা. ৫ গ্রামকে ৯ দিয়ে গুণ কর।

সমাধান : ৭৮ কেজি ৯ হে.গ্রা. ৬ ডে.গ্রা. ৫ গ্রাম
× ৯
৭১০ কেজি ৬ হে.গ্রা. ৮ ডে.গ্রা. ৫ গ্রাম

গুণফল : ৭১০ কেজি ৬ হে.গ্রা. ৮ ডে.গ্রা. ৫ গ্রাম।

উদাহরণ ৭। ৮৭ কি.মি. ৭ হে.মি. ৬ ডে.মি. ৮ মিটারকে ৯ দিয়ে ভাগ কর।

সমাধান :

৯) ৮৭ কি.মি. ৭ হে.মি. ৬ ডে.মি. ৮ মিটার (৯ কি.মি. ৭ হে.মি. ৫ ডে.মি. ২ মিটার
৮১
৬৭ হে.মি.
৬৩ "
৪৬ ডে.মি.
৪৫ "
১৮ মিটার
১৮ "
০

ব্যাখ্যা :

৬ কিমি. ৭ হে.মি. = ৬৭ হে.মি.
৪ হে.মি. ৬ ডে.মি. = ৪৬ ডে.মি.
১ ডে.মি. ৮ মিটার = ১৮ মিটার

ভাগফল : ৯ কি.মি. ৭ হে.মি. ৫ ডে.মি. ২ মিটার।

উদাহরণ ৮। রশিদ বেপারি ২৮৯ কেজি চাল থেকে মতিনের কাছে ১২৭ কেজি ৬৭৫ গ্রাম এবং তপনের কাছে ৩৯ কেজি ১২৫ গ্রাম চাল বিক্রি করলে তার নিকট আর কী পরিমাণ চাল থাকবে?

সমাধান : রশিদ বেপারির চাল আছে ২৮৯ কেজি

বিক্রি হলো : ১২৭ কেজি ৬৭৫ গ্রাম
(+) ৩৯ কেজি ১২৫ গ্রাম
১৬৬ কেজি ৮০০ গ্রাম

২৮৯ কেজি ০$^{+১০০০}$ গ্রাম
(−) ১৬৬$^{+১}$ কেজি ৮০০ গ্রাম
অবশিষ্ট আছে : ১২২ কেজি ২০০ গ্রাম

রশিদ বেপারির ১২২ কেজি ২০০ গ্রাম চাল থাকবে।

তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপ

তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের মূল একক : লিটার

তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের মেট্রিক একক

দৈর্ঘ্য পরিমাপের মেট্রিক একক 'মিটার' এর পরিবর্তে 'লিটার' বসালে তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের মেট্রিক একক পাওয়া যায়।
তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের আন্তর্জাতিক একক :

১০০০ মিলিলিটার (মি.লি.)
বা
১০০০ঘন সেন্টিমিটার } = ১ লিটার (লি.)

১০০০ লিটার = ১ ঘনমিটার (ঘনমিটার আন্তর্জাতিক একক)

মনে রাখার সুবিধার্থে দৈর্ঘ্য, ওজন ও তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের এককসমূহ নিচের ছকে দেখানো হলো :

সহস্র	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
			মিটার			
কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম	ডেসি	সেন্টি	মিলি
			লিটার			
১০০০	১০০	১০	১	$\frac{১}{১০}$	$\frac{১}{১০০}$	$\frac{১}{১০০০}$

অনুশীলনী ১০ (ক)

১। মিলিমিটারে প্রকাশ কর :

(ক) ২৯ কিলোমিটার ৮৯ সেন্টিমিটার ৭ মিলিমিটার

(খ) ১৮ কিলোমিটার ৪৫৯ মিটার ৯৮ মিলিমিটার

(গ) ৫৯ কিলোমিটার ৩৬৮ মিটার ৮৭ সেন্টিমিটার

২। মিটারে প্রকাশ কর :

(ক) ৯৮ মিটার ৪৮ সেন্টিমিটার ৭ মিলিমিটার

(খ) ৭৬ কিলোমিটার ৫৮৪ সেন্টিমিটার ৫ মিলিমিটার

(গ) ৫৪ কিলোমিটার ৩৫৬ সেন্টিমিটার

৩। কিলোমিটারে প্রকাশ কর:

(ক) ৫৬ কিলোমিটার ৩৭ মিটার ৪৮ সেন্টিমিটার

(খ) ৩৯ কিলোমিটার ৮৪ মিটার ৯৫ মিলিমিটার

(গ) ৮৭ কিলোমিটার ৬০ মিটার ৫১ সেন্টিমিটার ৯ মিলিমিটার

৪। মিলিগ্রামে প্রকাশ কর:

(ক) ৮১ গ্রাম ৫২ সেন্টিগ্রাম ৭ মিলিগ্রাম

(খ) ৯৫ কিলোগ্রাম ৮৩ গ্রাম ৭৬ সেন্টিগ্রাম

(গ) ৬৭ কিলোগ্রাম ৯৮ গ্রাম ৬৭ সেন্টিগ্রাম ৮ মিলিগ্রাম

৫। গ্রামে প্রকাশ কর:

(ক) ৭৫ কিলোগ্রাম ৬৪৩ গ্রাম

(খ) ২৮ কিলোগ্রাম ৮৯ গ্রাম ৪৫ সেন্টিগ্রাম ৮ মিলিগ্রাম

(গ) ৭৬ কিলোগ্রাম ৮৫ গ্রাম ৪৩ সেন্টিগ্রাম

৬। কিলোগ্রামে প্রকাশ কর :

(ক) ৫৪ কিলোগ্রাম ৫২ গ্রাম ৯৫ সেন্টিগ্রাম

(খ) ২১ কিলোগ্রাম ৮৯ গ্রাম ৫৪১ মিলিগ্রাম

(গ) ৯৮ কিলোগ্রাম ৭৬ গ্রাম ৫৪ সেন্টিগ্রাম ও ৩ মিলিগ্রাম

৭। ৭৯৬০০০ গ্রামে কত কুইন্টাল? কত মেট্রিক টন?

৮। ৯৭৮৬৫ কিলোগ্রামে কত মেট্রিক টন?

৯। যোগ কর :

(ক)

কি.মি.	হে.মি.	ডে.মি.	মিটার
১২	৯	৬	৭
৫৯	৫	০	৪
৮২	৮	২	৫
১৭	৩	৯	৮

(খ)

কেজি.	হে.গ্রা.	ডে.গ্রা	গ্রাম
৮২	৭	৫	৬
৪৩	০	৮	৪
৭০	৩	০	৮
২৯	২	৭	০

১০। বিয়োগ কর :

(ক)

কি.মি.	হে.মি.	ডে.মি.	মিটার
৮৯	৫	২	১
৮২	৯	৩	৭

(খ)

কেজি.	হে.গ্রা.	ডে.গ্রা.	গ্রাম
৯৩	৭	৩	২
৪৫	৬	৮	৯

১১। (ক) ৯৮৭৬০০ মিলিলিটারে কত লিটার?
(খ) ২৩৭ লিটারে কত ঘন সেন্টিমিটার?
(গ) ৮৭৯৫০০ লিটারে কত ঘনমিটার?

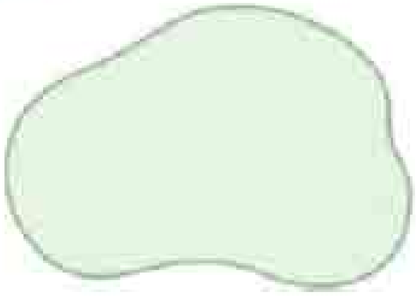
১২। গুণ কর :
(ক) ৯ কি.মি. ৭ হে.মি. ৪ মিটারকে ৮ দিয়ে
(খ) ৭ কি.মি. ১০ ডে.মি. ৫ মিটারকে ৯ দিয়ে
(গ) ২৯ কেজি ৮ হে.গ্রা. ১৯ গ্রামকে ৭ দিয়ে

১৩। ভাগ কর :
(ক) ৮২ কিলোমিটার ৭ হেক্টোমিটার ৬ ডেকামিটার ৪ মিটারকে ৯ দিয়ে
(খ) ৯৪ কি.মি. ৮ হে.মি. ৫ ডে.মি. ৬ মিটারকে ৮ দিয়ে
(গ) ৭৬ কেজি ৭ হে.গ্রা. ৬ ডে.গ্রা. ১ গ্রামকে ৯ দিয়ে

১৪। লতিফ মিয়া ৫৯৮ কেজি আলু থেকে মালেকের কাছে ১২৭ কেজি ২৫৬ গ্রাম, খালেকের কাছে ১৩৪ কেজি ১২৫ গ্রাম এবং লিটনের কাছে ৮৯ কেজি ৩৪৮ গ্রাম আলু বিক্রি করলে তাঁর নিকট আর কী পরিমাণ আলু থাকে?

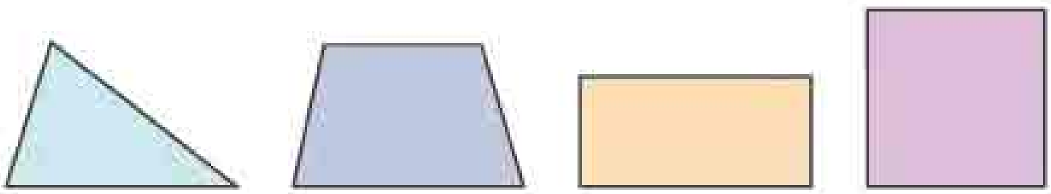
১৫। একটি ড্রামে ৫৩ কেজি ৯ হে.গ্রা. ৮ ডে.গ্রা. ৭ গ্রাম আটা রাখা যায়। এরূপ ৯টি ড্রামে কী পরিমাণ আটা রাখা যায়?

ক্ষেত্রফল



এখানে সীমাবদ্ধ গাঢ় জায়গাটি একটি ক্ষেত্র। এই ক্ষেত্রের একটি নির্দিষ্ট পরিমাপ আছে। এই পরিমাপই হচ্ছে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল।

> কোনো নির্দিষ্ট সীমাবদ্ধ জায়গার নির্দিষ্ট পরিমাপ রয়েছে। তাই তা একটি ক্ষেত্র, আর এ ক্ষেত্রের পরিমাপই এর ক্ষেত্রফল।



ত্রিভুজক্ষেত্র চতুর্ভুজক্ষেত্র আয়তক্ষেত্র বর্গক্ষেত্র

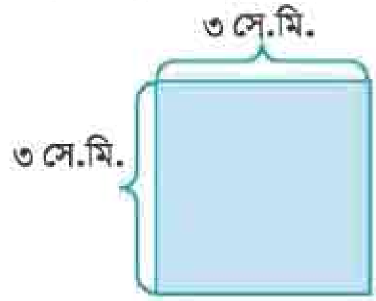
প্রতিটি চিত্রের গাঢ় রংয়ের জায়গাটুকু এক একটি ক্ষেত্র।
ত্রিভুজাকার চিত্রের ভিতরের গাঢ় রংয়ের জায়গাটুকু ত্রিভুজক্ষেত্র।
চতুর্ভুজাকার চিত্রের ভিতরের গাঢ় রংয়ের জায়গাটুকু চতুর্ভুজক্ষেত্র।
আয়তাকার চিত্রের ভিতরের গাঢ় রংয়ের জায়গাটুকু আয়তক্ষেত্র।
বর্গাকার চিত্রের ভিতরের গাঢ় রংয়ের জায়গাটুকু বর্গক্ষেত্র।
প্রত্যেকটি ক্ষেত্রই সীমাবদ্ধ, এদের প্রত্যেকের নির্দিষ্ট পরিমাপ আছে। এ সব পরিমাপই হচ্ছে ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল।

ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য নির্দিষ্ট একক ব্যবহার করা হয়। একক দৈর্ঘ্য ও একক প্রস্থবিশিষ্ট ক্ষেত্রকে বর্গ একক হিসেবে ধরা হয়।

ভূমি পরিমাপের মেট্রিক একক :

১ বর্গমিটার	= ১০০ বর্গ ডেসিমিটার	= ১০,০০০ বর্গ সে.মি.
১ বর্গডেকামিটার	= ১০০ বর্গমিটার	= ১ এয়র
১ বর্গহেক্টোমিটার	= ১০০ বর্গডেকামিটার	= ১০,০০০ বর্গমিটার
১ হেক্টর	= ১০,০০০ বর্গমিটার	= ১ বর্গহেক্টোমিটার

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :



এটি একটি বর্গক্ষেত্র। এর প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ সেন্টিমিটার।

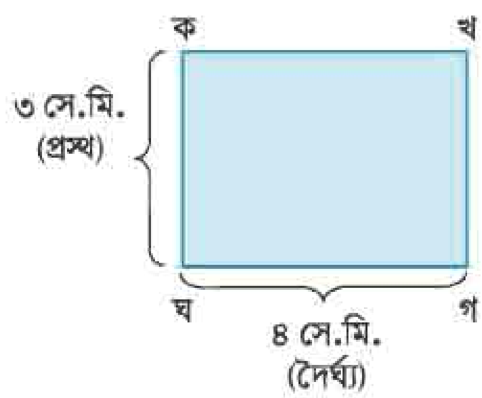
বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ৩ সে.মি. × ৩ সে.মি.

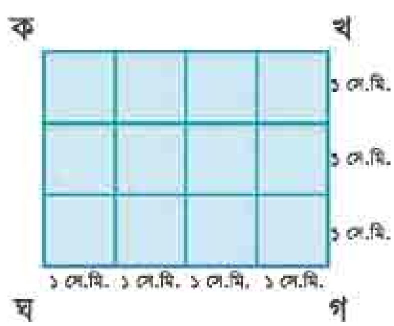
= $(৩)^২$ বর্গ সেন্টিমিটার

= ৯ বর্গসেন্টিমিটার।

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(দৈর্ঘ্য)^২$

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ





ক খ গ ঘ একটি আয়তক্ষেত্র। এর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. ও প্রস্থ ৩ সে.মি.। দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর ১ সে.মি. পরপর রেখা টেনে আয়তক্ষেত্রটিকে বিভক্ত করা হয়েছে। এতে আয়তক্ষেত্রটি মোট (৪×৩) টি = ১২টি ছোট ছোট ক্ষেত্রে বিভক্ত হয়েছে। প্রতিটি ছোট ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১ সে.মি. এবং প্রস্থ ১ সে.মি.। প্রতিটি ছোট ক্ষেত্র এক একটি বর্গক্ষেত্র এবং এর ক্ষেত্রফল = ১ বর্গ সে.মি.।

সুতরাং আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ১২টি ছোট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= (১২ × ১) বর্গ সে.মি.
= (৪× ৩ × ১) বর্গ সে.মি.
= (৪ × ৩) বর্গ সে.মি.
= ১২ বর্গ সে.মি.

∴ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ১২ বর্গসেন্টিমিটার।

লক্ষ করি : দৈর্ঘ্যের পরিমাপকে প্রস্থের পরিমাপ দিয়ে গুণ করে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পাওয়া গেছে।

আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ = দৈর্ঘ্যের পরিমাপ × প্রস্থের পরিমাপ
সংক্ষেপে, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

উদাহরণ ১। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৬০ সে.মি. ও প্রস্থ ৪৫ সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান : আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
∴ ক্ষেত্রফল = ৬০ সে.মি. × ৪৫ সে.মি. = (৬০×৪৫) বর্গ সে.মি.
= ২৭০০ বর্গ সে.মি.
∴ ক্ষেত্রফল : ২৭০০ বর্গ সে.মি.।

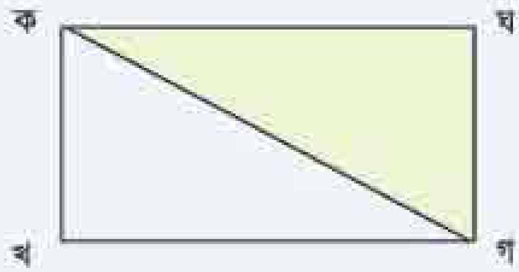
উদাহরণ ২। ৭ সে.মি. দৈর্ঘ্য ও ৩ সে.মি. ৫ মি.মি. প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত ?

সমাধান : দৈর্ঘ্য = ৭ সে.মি. = ৭ × ১০ মি.মি. = ৭০ মি.মি.
প্রস্থ = ৩ সে.মি. ৫ মি.মি. = ৩৫ মি.মি.
∴ আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
= ৭০ মি.মি. × ৩৫ মি.মি. = ২৪৫০ বর্গ মি.মি.
= ২৪.৫০ বর্গ সে.মি.[১০০ বর্গ মি.মি. = ১ বর্গ সে.মি.]

ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সময় যদি দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ভিন্ন এককে থাকে, তবে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের পরিমাপকে একই এককে পরিণত করে নিতে হয়।

ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:

ক খ গ ঘ একটি আয়তক্ষেত্র। ক গ কর্ণ আয়তক্ষেত্রটিকে সমপরিমাপের দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করেছে। প্রতিটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।



আবার, ক খ গ ঘ আয়তক্ষেত্রের ক খ বাহু খ গ বাহুর উপর লম্ব। অর্থাৎ, ক খ বাহুটি ক খ গ ত্রিভুজক্ষেত্রের উচ্চতা।

সুতরাং, ক খ গ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

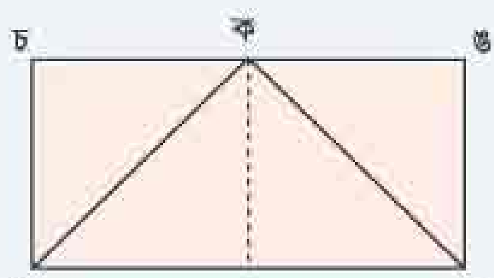
$= \frac{১}{২}$ (ক খ গ ঘ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল)

$= \frac{১}{২}$ (খ গ × ক খ) [∵ ক খ গ ঘ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = খ গ×ক খ]

$= \frac{১}{২}$ (ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমি × ত্রিভুজক্ষেত্রের উচ্চতা)

$= \frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা)

∴ ক খ গ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা)



চিত্র ১

চিত্র ১–এ ক খ গ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= ক খ ঘ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + ক গ ঘ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= \frac{১}{২}$ (ক চ খ ঘ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল) $+ \frac{১}{২}$ (ক ঙ গ ঘ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল)

$= \frac{১}{২}$ (খ ঘ × কঘ) $+ \frac{১}{২}$ (ঘ গ × ক ঘ)

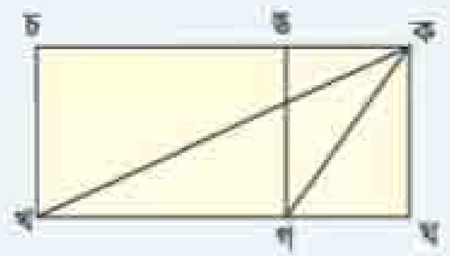
$= \frac{১}{২}$ (খ ঘ + ঘ গ) × ক ঘ

$= \frac{১}{২}$ (খ গ × ক ঘ) [∵ খ ঘ + ঘ গ = খ গ]

$= \frac{১}{২}$ (ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমি × ত্রিভুজক্ষেত্রের উচ্চতা)

$= \frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা)

∴ ক খ গ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা)



চিত্র ২

চিত্র ২–এ ক খ গ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= ক খ ঘ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল – ক গ ঘ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= \frac{১}{২}$ (ক ঘ খ চ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল) $- \frac{১}{২}$ (ক ঘ গ ঙ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল)

$= \frac{১}{২}$ (খ ঘ × ক ঘ) $- \frac{১}{২}$ (গ ঘ × ক ঘ)

$= \frac{১}{২}$ (খ ঘ – গ ঘ) × ক ঘ

$= \frac{১}{২}$ (খ গ × ক ঘ) [∵ খ ঘ – গ ঘ = খ গ]

$= \frac{১}{২}$ (ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমি × ত্রিভুজক্ষেত্রের উচ্চতা)

$= \frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা)

উদাহরণ ৩। দুইটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের সমন্বয়ে গঠিত একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৬ মিটার এবং প্রস্থ ১২ মিটার। আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান : আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ১৬ মিটার × ১২ মিটার

= (১৬ × ১২) বর্গমিটার

= ১৯২ বর্গমিটার

∴ একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ (আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল)

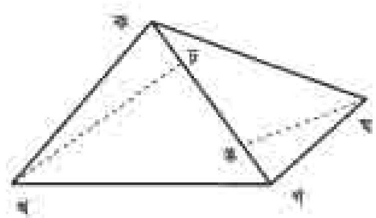
$= \frac{১}{২} \times$ ১৯২ বর্গমিটার

= ৯৬ বর্গমিটার

আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৯২বর্গমিটার এবং একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৯৬ বর্গমিটার।

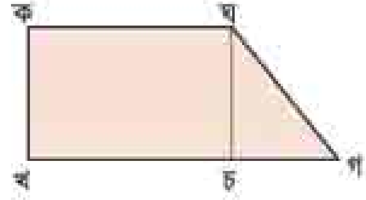
চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

ছবিতে ক খ গ ঘ একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র। ক গ, এর কর্ণ। এই কর্ণ দ্বারা চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটি ক খ গ ও ক গ ঘ দুইটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে বিভক্ত হয়েছে। অতএব, ক খ গ ঘ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ক খ গ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + ক গ ঘ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।



চিত্র ৩

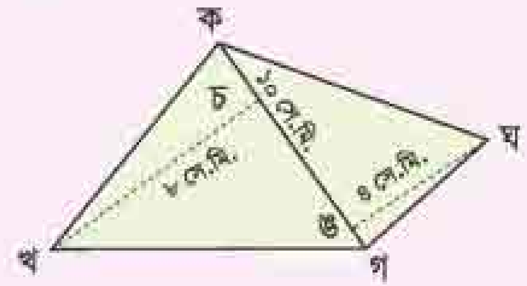
চিত্র ৪–এ ক খ গ ঘ একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র। ঘ বিন্দুতে ক খ এর সমান ও সমান্তরাল করে ঘ চ রেখা টানি। ঘচ রেখা দ্বারা চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটি দুইটি ক্ষেত্রে বিভক্ত হয়েছে। একটি ক খ চ ঘ আয়তাকার ক্ষেত্র ও অপরটি ঘ চ গ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র।



চিত্র ৪

∴ ক খ গ ঘ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ক খ চ ঘ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
+ ঘ চ গ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

উদাহরণ ৪। একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি. এবং কর্ণ থেকে বিপরীত শীর্ষের লম্ব দূরত্ব ৮ সে.মি. ও ৪ সে.মি.। চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



সমাধান : ক খ গ ঘ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= ক খ গ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল +

ক গ ঘ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

এখানে, ক খ গ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমি ক গ এবং উচ্চতা খ চ।

∴ ক খ গ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$(ভূমি × উচ্চতা)

$= \frac{১}{২}$(ক গ × খ চ)

$= \frac{১}{২}$(১০×৮) বর্গ সে.মি.

$= \frac{১}{২}$ × ৮০ বর্গ সে.মি.

= ৪০ বর্গ সে.মি.

আবার, ক গ ঘ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমি ক গ এবং উচ্চতা ঘ ঙ

∴ ক গ ঘ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$(ভূমি × উচ্চতা)

$= \frac{১}{২}$(ক গ × ঘঙ)

$= \frac{১}{২}$(১০×৪) বর্গ সে.মি.

$= \frac{১}{২}$×৪০ বর্গ সে.মি. = ২০ বর্গ সে.মি.

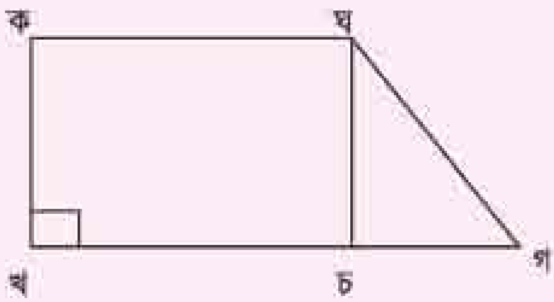
∴ ক খ গ ঘ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= ক খ গ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + ক গ ঘ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= ৪০ বর্গ সে.মি. + ২০ বর্গ সে.মি. = ৬০ বর্গ সে.মি.

উদাহরণ ৫। একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের সমান্তরাল দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১২ সে.মি. ও ৮ সে.মি. এবং ক্ষেত্রটির একটি কোণ সমকোণ। বাহুদ্বয়ের দূরত্ব ৬ সে.মি. হলে, চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত ?

সমাধান : ক খ গ ঘ একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র।



এখানে, খ গ = ১২ সে.মি.

ক ঘ = ৮ সে.মি.

∠ক খ গ = ৯০°

তাহলে, উচ্চতা ক খ = ৬ সে.মি.

ঘ বিন্দু থেকে খ গ এর উপর ঘ চ লম্ব টানি, যেন ক খ = ঘ চ হয়।

এখন ক খ চ ঘ একটি আয়তাকার ক্ষেত্র এবং ঘ চ গ একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র হলো।

ক খ = ঘ চ = ৬ সে.মি.

এবং ক ঘ = খ চ = ৮ সে.মি.

দেওয়া আছে, খ গ = ১২ সে.মি.

∴ চ গ = খ গ − খ চ = (১২ − ৮) সে.মি. = ৪ সে.মি.

∴ ক খ চ ঘ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + ঘ গ চ ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= (খ চ × ক খ) + $\frac{১}{২}$ (চ গ × ঘ চ)

= (৮ সে.মি. × ৬ সে.মি.) + $\frac{১}{২}$ (৪ সে.মি. × ৬ সে.মি.)

= ৪৮ বর্গ সে.মি. + $\frac{১}{২}$ × ২৪ বর্গ সে.মি. = ৪৮ বর্গ সে.মি+ ১২ বর্গ সে.মি

= ৬০ বর্গ সে.মি.

∴ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ৬০ বর্গ সে.মি.।

অনুশীলনী ১০ (খ)

১। নিচের আয়তাকার ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর:
(ক) দৈর্ঘ্য ৫৪ মিটার ও প্রস্থ ৪৭ মিটার
(খ) দৈর্ঘ্য ৩ মিটার ও প্রস্থ ৭৫ সে.মি.
(গ) দৈর্ঘ্য ৮৭ মিটার ও প্রস্থ ৬৫·২৫ মিটার

২। বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর:
(ক) ৬৭ মিটার (খ) ৭ মিটার ৪৫ সেন্টিমিটার (গ) ৯·৭৫ মিটার

৩। ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমি ও উচ্চতা দেওয়া আছে। ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর:
(ক) ভূমি ১৬ মিটার ও উচ্চতা ১৯ মিটার
(খ) ভূমি ২৮·২৬ মিটার ও উচ্চতা ২৬ মিটার
(গ) ভূমি ৪৪ মিটার ও উচ্চতা ৪০ মিটার ৫০ সে.মি.

৪। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০,৮০০ বর্গমিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। দৈর্ঘ্য কত?

৫। একটি আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল ৬৭৮৪ বর্গ সে.মি.। দৈর্ঘ্য ১২৮ সে.মি. হলে, প্রস্থ কত?

৬। বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৬৫ সে.মি হলে, ক্ষেত্রফল কত?

৭। একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমির পরিমাপ ৫৬ মিটার ও উচ্চতা ২৪ মিটার। ক্ষেত্রফল কত?

৮। একটি ত্রিভুজাকার জমির ক্ষেত্রফল ১৭,০৮৮ বর্গমিটার। ভূমির পরিমাপ ২০০ মিটার হলে, উচ্চতা কত?

৯। একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২৫২ বর্গমিটার এবং উচ্চতা ২৮ মিটার। ভূমির পরিমাপ কত?

১০। একটি ত্রিভুজাকার জমির ভূমির পরিমাপ ৫৬০ মিটার এবং উচ্চতা ৩০০ মিটার। এর ক্ষেত্রফল হেক্টরে প্রকাশ কর।

১১। একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ৯ সে.মি.। কর্ণ থেকে বিপরীত শীর্ষের লম্ব দূরত্ব ৬ সে.মি. ও ৮ সে.মি.। চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

১২। একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৬ সে.মি. ও ১২ সে.মি. এবং বাহুদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব ১০ সে.মি.। চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

একাদশ অধ্যায়

সময়

বাংলা মতে এক সূর্যোদয় থেকে সূর্যাস্ত সময়কে দিন বলা হয়। সূর্যাস্ত থেকে পরবর্তী সূর্যোদয় পর্যন্ত সময়কে রাত্রি বলে।

বাংলা বারো মাসের নাম ও দিনের সংখ্যা

মাস	দিনের সংখ্যা	মাস	দিনের সংখ্যা
বৈশাখ	৩১	কার্তিক	৩০
জ্যৈষ্ঠ	৩১	অগ্রহায়ণ	৩০
আষাঢ়	৩১	পৌষ	৩০
শ্রাবণ	৩১	মাঘ	৩০
ভাদ্র	৩১	ফাল্গুন	৩০
আশ্বিন	৩০	চৈত্র	৩০

বাংলা মতে সূর্যোদয় থেকে দিন ও তারিখ শুরু হয়।

ইংরেজি বারো মাসের নাম ও দিনের সংখ্যা

মাস	দিনের সংখ্যা	মাস	দিনের সংখ্যা
জানুয়ারি	৩১	জুলাই	৩১
ফেব্রুয়ারি	২৮	আগস্ট	৩১
মার্চ	৩১	সেপ্টেম্বর	৩০
এপ্রিল	৩০	অক্টোবর	৩১
মে	৩১	নভেম্বর	৩০
জুন	৩০	ডিসেম্বর	৩১

* আন্তর্জাতিক বা ইংরেজি মতে রাত ১২ টার পর থেকে দিন ও তারিখ শুরু হয়।

বাংলা ও ইংরেজি বছরের ক্যালেন্ডার
১৪১৮–১৪১৯ বঙ্গাব্দ ; ২০১২ খ্রিস্টাব্দ

জানুয়ারি — পৌষ–মাঘ

রবি	সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহঃ	শুক্র	শনি
১ ১৮	২ ১৯	৩ ২০	৪ ২১	৫ ২২	৬ ২৩	৭ ২৪
৮ ২৫	৯ ২৬	১০ ২৭	১১ ২৮	১২ ২৯	১৩ ৩০	১৪ ১
১৫ ২	১৬ ৩	১৭ ৪	১৮ ৫	১৯ ৬	২০ ৭	২১ ৮
২২ ৯	২৩ ১০	২৪ ১১	২৫ ১২	২৬ ১৩	২৭ ১৪	২৮ ১৫
২৯ ১৬	৩০ ১৭	৩১ ১৮				

ফেব্রুয়ারি — মাঘ–ফাল্গুন

রবি	সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহঃ	শুক্র	শনি
			১ ১৯	২ ২০	৩ ২১	৪ ২২
৫ ২৩	৬ ২৪	৭ ২৫	৮ ২৬	৯ ২৭	১০ ২৮	১১ ২৯
১২ ৩০	১৩ ১	১৪ ২	১৫ ৩	১৬ ৪	১৭ ৫	১৮ ৬
১৯ ৭	২০ ৮	২১ ৯	২২ ১০	২৩ ১১	২৪ ১২	২৫ ১৩
২৬ ১৪	২৭ ১৫	২৮ ১৬	২৯ ১৭			

মার্চ — ফাল্গুন–চৈত্র

রবি	সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহঃ	শুক্র	শনি
				১ ১৮	২ ১৯	৩ ২০
৪ ২১	৫ ২২	৬ ২৩	৭ ২৪	৮ ২৫	৯ ২৬	১০ ২৭
১১ ২৮	১২ ২৯	১৩ ৩০	১৪ ৩১	১৫ ১	১৬ ২	১৭ ৩
১৮ ৪	১৯ ৫	২০ ৬	২১ ৭	২২ ৮	২৩ ৯	২৪ ১০
২৫ ১১	২৬ ১২	২৭ ১৩	২৮ ১৪	২৯ ১৫	৩০ ১৬	৩১ ১৭

এপ্রিল — চৈত্র–বৈশাখ

রবি	সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহঃ	শুক্র	শনি
১ ১৮	২ ১৯	৩ ২০	৪ ২১	৫ ২২	৬ ২৩	৭ ২৪
৮ ২৫	৯ ২৬	১০ ২৭	১১ ২৮	১২ ২৯	১৩ ৩০	১৪ ১
১৫ ২	১৬ ৩	১৭ ৪	১৮ ৫	১৯ ৬	২০ ৭	২১ ৮
২২ ৯	২৩ ১০	২৪ ১১	২৫ ১২	২৬ ১৩	২৭ ১৪	২৮ ১৫
২৯ ১৬	৩০ ১৭					

খালিঘর পূরণ কর:

(ক) ২০১২ সালের জানুয়ারি মাসের ৬ তারিখ ______ বার।

(খ) ২০১২ সালের এপ্রিল মাসের ১৮ তারিখ ______ বার।

(গ) ১৪১৮ বঙ্গাব্দের মাঘ মাসের ১৯ তারিখ ______ বার।

(ঘ) ২০১২ সালের মার্চ মাসের দ্বিতীয় সোমবার ______ তারিখ।

(ঙ) ১৪১৯ বঙ্গাব্দের বৈশাখ মাসের প্রথম শনিবার ______ তারিখ।

(চ) ২০১২ সালের ফেব্রুয়ারি মাস ______ দিনে।

অধিবর্ষ

ফেব্রুয়ারি

২০১২

মাঘ-ফাল্গুন

রবি	সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহস্পতি	শুক্র	শনি
			১ ১৯	২ ২০	৩ ২১	৪ ২২
৫ ২৩	৬ ২৪	৭ ২৫	৮ ২৬	৯ ২৭	১০ ২৮	১১ ২৯
১২ ৩০	১৩ ১	১৪ ২	১৫ ৩	১৬ ৪	১৭ ৫	১৮ ৬
১৯ ৭	২০ ৮	২১ ৯	২২ ১০	২৩ ১১	২৪ ১২	২৫ ১৩
২৬ ১৪	২৭ ১৫	২৮ ১৬	২৯ ১৭			

* ২০১২ সালের ফেব্রুয়ারি মাস ২৯ দিনে। সালটি একটি অধিবর্ষ বা লিপ ইয়ার।

* ৩৬৫ দিনে ১ বছর ধরা হয়। কিন্তু পৃথিবী সূর্যের চারদিকে একবার ঘুরতে সময় লাগে ৩৬৫ দিন ৫ ঘণ্টা ৪৮ মিনিট ৪৭ সেকেন্ড (প্রায়)। এতে প্রতি ৪ বছরে ১ দিন বেড়ে যায়। প্রতি চতুর্থ বছরকে অধিবর্ষ বা লিপ ইয়ার বলা হয়। যেমন, ২০১২ সাল অধিবর্ষ।

* ইংরেজি সালের সংখ্যার একক ও দশক স্থানীয় অঙ্কদ্বয় শূন্য না হলে এবং তা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হলে তা অধিবর্ষ বা 'লিপ ইয়ার' হয়।

* ইংরেজি সালের একক ও দশক স্থানীয় অঙ্কদ্বয় শূন্য হলে এবং ৪০০ দ্বারা বিভাজ্য হলে তা অধিবর্ষ।

* খ্রিস্টাব্দ ৮ সাল থেকে নিয়মিত অধিবর্ষ গণনা শুরু হয়।

* ১৫০০, ১৭০০, ১৮০০, ১৯০০, ২১০০ সাল ৪০০ দ্বারা বিভাজ্য নয়, তাই এই সালগুলো অধিবর্ষ নয়।

উদাহরণ ১। ১৯৮৮ সালের ফেব্রুয়ারি মাস কত দিনে হয়েছিল?

সমাধান : ৪) ১ ৯ ৮ ৮ (৪৯৭
১ ৬
―――
৩ ৮
৩ ৬
―――
২ ৮
২ ৮
―――
০

১৯৮৮ এর একক ও দশক স্থানীয় অঙ্কদ্বয় শূন্য নয় এবং সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য। তাই এটা অধিবর্ষ। সুতরাং ১৯৮৮ সালের ফেব্রুয়ারি মাস ২৯ দিনে হয়েছিল।

উদাহরণ ২। ১৯৯৮ সালের ফেব্রুয়ারি মাস কত দিনে হয়েছিল?

সমাধান : ৪) ১ ৯ ৯ ৮ (৪৯৯

১ ৬
---
৩ ৯
৩ ৬
---
৩ ৮
৩ ৬

২

১৯৯৮ এর একক ও দশক স্থানীয় অঙ্কদ্বয় শূন্য নয়। কিন্তু সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য নয়। তাই এটা অধিবর্ষ নয়। সুতরাং ১৯৯৮ সালের ফেব্রুয়ারি মাস ২৮ দিনে হয়েছিল।

উদাহরণ ৩। ২০০০ সাল কি অধিবর্ষ?

সমাধান : ৪০০) ২ ০ ০ ০ (৫

২ ০ ০ ০

০

২০০০ এর একক ও দশক স্থানের অঙ্কদ্বয় শূন্য এবং সংখ্যাটি ৪০০ দ্বারা বিভাজ্য, তাই ২০০০ সাল অধিবর্ষ।

উদাহরণ ৪। ১৯০০ সাল কি অধিবর্ষ?

সমাধান : ১৯০০ সংখ্যাটির একক ও দশক স্থানের অঙ্কদ্বয় শূন্য, তাই ৪০০ দ্বারা ভাগ করা হলো

৪০০) ১ ৯ ০ ০ (৪

১ ৬ ০ ০
---
৩ ০ ০

১৯০০ এর একক ও দশক স্থানের অঙ্কদ্বয় শূন্য, কিন্তু সংখ্যাটি ৪০০ দ্বারা বিভাজ্য নয়, তাই ১৯০০ অধিবর্ষ নয়।

দশক, যুগ, শতাব্দী

ধারাবাহিক ১০ বছরের সময় কাল = ১ দশক। ২০০১ সাল থেকে ২০১০ সাল পর্যন্ত ১ দশক। ধারাবাহিক ১২ বছরের সময় কাল = ১ যুগ। ২০০১ সাল থেকে ২০১২ সাল পর্যন্ত ১ যুগ। ধারাবাহিক ১০০ বছরের সময় কাল = ১ শতাব্দী । ১৯০১ সাল থেকে ২০০০ সাল পর্যন্ত ১ শতাব্দী (বিংশ শতাব্দী)।

বাংলা সাল অনুযায়ী ১২০১ সাল থেকে ১৩০০ সাল পর্যন্ত ত্রয়োদশ শতাব্দী। ১৩০১ সাল থেকে ১৪০০ সাল পর্যন্ত চতুর্দশ শতাব্দী। ১৪০১ থেকে ১৫০০ সাল পর্যন্ত পঞ্চদশ শতাব্দী।

উদাহরণ ৫। ৩ বছর ২ মাস ১২ দিনকে ঘণ্টায় পরিণত কর।

সমাধান :

৩ বছর = ৩ × ৩৬৫ দিন = ১০৯৫ দিন [১ বছর = ৩৬৫ দিন]

২ মাস = ২ × ৩০ দিন = ৬০ দিন [১ মাস = ৩০ দিন]

১২দিন = ১২ দিন = ১২ দিন

যোগফল = ১১৬৭ দিন

× ২৪ [১ দিন = ২৪ ঘণ্টা]

৪৬৬৮

২৩৩৪০

২৮০০৮ ঘণ্টা

লক্ষ করি : মাসের নাম উল্লেখ না থাকলে যেকোনো মাস ৩০ দিনে ধরা হয়।

উদাহরণ ৬। ৩ বছর ৫ মাস ১৫ দিনকে মিনিটে পরিণত কর।

সমাধান :

৩ বছর = ৩ × ৩৬৫ দিন = ১০৯৫ দিন [১ বছর = ৩৬৫ দিন]

৫ মাস = ৫ × ৩০ দিন = ১৫০ দিন [১ মাস = ৩০ দিন]

১৫ দিন = ১৫ দিন = ১৫ দিন

যোগফল = ১২৬০ দিন

এখন, ১২৬০ দিন

× ২৪ [১ দিন = ২৪ ঘণ্টা]

৫০৪০

২৫২০০

৩০২৪০ ঘণ্টা

× ৬০ [১ ঘণ্টা = ৬০ মিনিট]

১৮১৪৪০০ মিনিট

উদাহরণ ৭। ১ দিনকে সেকেন্ডে পরিণত কর।

সমাধান : ১ দিন = ২৪ ঘণ্টা

এখন, ২৪ ঘণ্টা
× ৬০
১৪৪০ মিনিট [১ ঘণ্টা = ৬০ মিনিট]
× ৬০ [১ মিনিট = ৬০ সেকেন্ড]
৮৬৪০০ সেকেন্ড

উদাহরণ ৮। ৫ মাস ৪ দিনকে সেকেন্ডে পরিণত কর।

সমাধান : ৫ মাস = ৫ × ৩০ দিন = ১৫০ দিন [১ মাস = ৩০ দিন]
৪ দিন = ৪ দিন
∴ ৫ মাস ৪ দিন = ১৫৪ দিন

এখন ১৫৪ দিন
× ২৪ [১ দিন = ২৪ ঘণ্টা]
৬১৬
৩০৮০
৩৬৯৬ ঘণ্টা
× ৬০ [১ ঘণ্টা = ৬০ মিনিট]
২২১৭৬০ মিনিট
× ৬০ [১ মিনিট = ৬০ সেকেন্ড]
১৩৩০৫৬০০ সেকেন্ড

উদাহরণ ৯। ৮৯৭৬৫ ঘণ্টাকে বছর, মাস ও দিনে পরিণত কর।

সমাধান : ২৪) ৮ ৯ ৭ ৬ ৫ ঘণ্টা (৩৭৪০ দিন
৭ ২
১ ৭ ৭
১ ৬ ৮
৯ ৬
৯ ৬
৫
০
৫ ঘণ্টা

৩৬৫) ৩ ৭ ৪ ০ দিন (১০ বছর
৩ ৬ ৫
৯ ০
০ ০
৯ ০ দিন

৩০) ৯ ০ দিন (৩ মাস
৯ ০
০

∴ ৮৯৭৬৫ ঘণ্টা = ১০ বছর ৩ মাস ৫ ঘণ্টা।

লক্ষ করি :

৩৬৫ দিনে ১ বছর ধরে দিন থেকে বছর নির্ণয় করা হয়েছে।

দিনের সংখ্যা ৩৬৫ দিনের বেশি হলে তা ৩৬৫ দিয়ে ভাগ করে অবশিষ্ট দিন ৩০ দিনের বেশি থাকলে ৩০ দিয়ে ভাগ করে মাসে পরিণত করা হয়েছে।

উদাহরণ ১০। ৮৭৪৫০ মিনিটকে বছর, মাস, দিন ও ঘণ্টায় পরিণত কর।

সমাধান : ৬০) ৮ ৭ ৪ ৫ ০ মিনিট (১৪৫৭ ঘণ্টা

```
৬ ০
২ ৭ ৪
২ ৪ ০
  ৩ ৪ ৫
  ৩ ০ ০
    ৪ ৫ ০
    ৪ ২ ০
      ৩ ০ মিনিট
```

```
২৪ ) ১ ৪ ৫ ৭ ঘণ্টা (৬০ দিন
     ১ ৪ ৪
         ১ ৭
         ০ ০
         ১ ৭ ঘণ্টা
```

```
৩০ ) ৬ ০ ( ২ মাস
     ৬ ০
       ০
```

∴ ৮৭৪৫০ মিনিট = ২ মাস ১৭ ঘণ্টা ৩০ মিনিট

উদাহরণ ১১। ৮৪৬৪৮ সেকেন্ডে কত ঘণ্টা, মিনিট ও সেকেন্ড?

সমাধান : ৬০) ৮ ৪ ৬ ৪ ৮ সেকেন্ড (১৪১০ মিনিট

```
৬ ০
২ ৪ ৬
২ ৪ ০
    ৬ ৪
    ৬ ০
      ৪ ৮
      ০ ০
      ৪ ৮ সেকেন্ড
```

```
৬০) ১ ৪ ১ ০ মিনিট (২৩ ঘণ্টা
    ১ ২ ০
      ২ ১ ০
      ১ ৮ ০
        ৩ ০ মিনিট
```

∴ ৮৪৬৪৮ সেকেন্ড = ২৩ ঘণ্টা ৩০ মিনিট ৪৮ সেকেন্ড।

আন্তর্জাতিক সময়পঞ্জি (টাইম টেবিল)

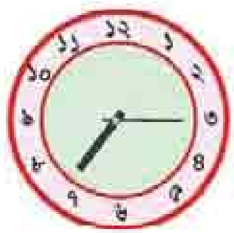
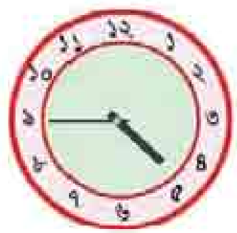
আন্তর্জাতিক রীতিতে রাত ১২ টার পর থেকে পরবর্তী রাত ১২টা পর্যন্ত ২৪ ঘণ্টা সময়কে ১ দিন ধরা হয়।

দেশীয় রীতিতে যখন রাত ১টা ৩০ মিনিট। আন্তর্জাতিক রীতিতেও তখন ১টা ৩০ মিনিট। আবার দেশীয় রীতিতে যখন দুপুর ১টা ৩০ মিনিট আন্তর্জাতিক রীতিতে তখন ১৩টা ৩০ মিনিট।

নিচে আন্তর্জাতিক রীতিতে সময় প্রকাশ করা হলো

দেশীয় রীতিতে

রাত ১২ টা ২৫ মিনিট সকাল ৭ টা ১৫ মিনিট বিকাল ৪ টা ৪৫ মিনিট রাত ৯ টা ১০ মিনিট

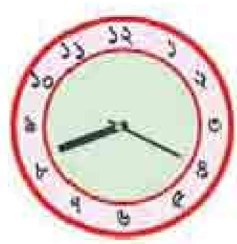



আন্তর্জাতিক রীতিতে

০ টা ২৫ মিনিট ৭ টা ১৫ মিনিট ১৬ টা ৪৫ মিনিট ২১ টা ১০ মিনিট

আন্তর্জাতিক রীতিতে সকাল, দুপুর, বিকাল, সন্ধ্যা, রাত বলা হয় না।

ঘড়িগুলোতে প্রদর্শিত সময় আন্তর্জাতিক রীতিতে লেখ :



রাত দুপুর সকাল রাত

সময়পঞ্জি (রেলওয়ে)

ঢাকা – চট্টগ্রাম

স্টেশন ↓		ঢাকা হতে দূরত্ব কি.মি.	৭০৪ মহানগর প্রভাতী	৪ কর্ণফুলী এক্সপ্রেস	৭২২ মহানগর গোধূলী	৭০২ সুবর্ণ এক্সপ্রেস	২ চট্টগ্রাম মেইল	৭৪২ তূর্ণা এক্সপ্রেস
ঢাকা	ছাড়ে	০০	০৭৪০	০৫৩০	১৫১৫	১৬৩০	২২৩০	২৩০০
ঢাকা বিমানবন্দর	ছাড়ে	১৯	০৮২১	০৬২৫	১৫৫৮	১৭০৫	২৩১৫	২৩৩৮
টঙ্গী	ছাড়ে	২৩		০৭৪৭			২৩৩০	
ঘোড়াশাল	ছাড়ে	৪৭		০৮২৮			০০০৩	
নরসিংদী	ছাড়ে	৫৮		০৮৫০			০০২৮	
ভৈরব বাজার	ছাড়ে	৮৭	১০১৭	১০৪৫	১৭০৫		০১১৫	
আশুগঞ্জ	ছাড়ে	৯১		১১০০			০১৪২	
ব্রাহ্মণবাড়ীয়া	ছাড়ে	১০৪	১০৫০	১১২৯	১৮০৫		০২১০	০১৫০
আখাউড়া	ছাড়ে	১২০		১২১৫			০৩০০	
কুমিল্লা	ছাড়ে	১৬৮	১২১১	১৩৫০	১৯২৮		০৪০০	০৩০৫
লাকসাম	ছাড়ে	১৯২		১৪৪৫			০৪৩৫	০৪১০
হাসানপুর	ছাড়ে	২১০		১৫২৩				
ফেনী	ছাড়ে	২৩২	১৩২২	১৬০৬	২০৩৬		০৫২৭	০৪৫৮
চট্টগ্রাম	পৌঁছে	৩২১	১৫১৫	১৮৪০	২২৫৫	২২৩৫	০৭৫৫	০৭০৫

উপরের রেলওয়ের সময়পঞ্জি লক্ষ করি :

দেশীয় রীতিতে সুবর্ণ এক্সপ্রেস ট্রেনটি ঢাকা স্টেশন ছাড়ে বিকাল ৪টা ৩০ মিনিটে এবং চট্টগ্রাম স্টেশনে পৌঁছে রাত ১০টা ৩৫ মিনিটে।

উপরের সময়পঞ্জি দেখে খালি ঘর পূরণ কর :

(ক) কর্ণফুলী এক্সপ্রেস ট্রেনটি ঢাকা স্টেশন ছাড়ে ☐ এবং কুমিল্লা স্টেশন ছাড়ে ☐

(খ) মহানগর গোধূলী ট্রেনটি ঢাকা স্টেশন ছাড়ে ☐ এবং ফেনী স্টেশন ছাড়ে ☐

(গ) তূর্ণা এক্সপ্রেস ট্রেনটি ব্রাহ্মণবাড়িয়া স্টেশন ছাড়ে ☐ এবং চট্টগ্রাম স্টেশনে পৌঁছে ☐

(ঘ) মহানগর প্রভাতী ট্রেনটি ভৈরববাজার স্টেশন ছাড়ে ☐ চট্টগ্রাম স্টেশন পৌঁছে ☐

অনুশীলনী ১১

১। নিচের মাসগুলোর দিনের সংখ্যা লেখ :

(ক) শ্রাবণ (খ) ভাদ্র (গ) অগ্রহায়ণ (ঘ) চৈত্র

(ঙ) এপ্রিল (চ) জুলাই (ছ) আগস্ট (জ) ডিসেম্বর

২। নিচের কোন কোন সাল অধিবর্ষ (লিপ ইয়ার), তা নির্ণয় কর :

(ক) ১৯২০ (খ) ১৯২২ (গ) ১৯২৮ (ঘ) ১৯৩০ (ঙ)১৯৪০

(চ) ১৯৬০ (ছ) ২০১২ (জ) ২০০০ (ঝ) ২০০৮ (ঞ) ২০০৪

৩। ৫ দিন ৮ ঘণ্টা ১৫ মিনিটকে সেকেন্ডে পরিণত কর।

৪। ৪ বছর ৩ মাস ১০ দিনকে ঘণ্টায় পরিণত কর।

৫। ৫ বছর ৪ দিনকে মিনিটে পরিণত কর।

৬। বছর, মাস, দিন ইত্যাদিতে পরিণত কর:

(ক) ৯৫৬২৪ মিনিট (খ) ৩৬২৯০ ঘণ্টা (গ) ২৫৮৫০ মিনিট (ঘ) ৩৯৪৫৬ সেকেন্ড

৭। নিচের খালি ঘর পূরণ কর :

(ক) বাংলা সাল অনুযায়ী ১১০১ সাল থেকে ১২০০ সাল পর্যন্ত বাদশ ☐ ।

(খ) বাংলা ১৩০১ সাল থেকে ☐ সাল পর্যন্ত চতুর্দশ শতাব্দী।

(গ) ইংরেজি সাল অনুযায়ী ১৯০১ সাল থেকে ☐ সাল পর্যন্ত উনবিংশ শতাব্দী।

(ঘ) ইংরেজি সাল অনুযায়ী ১৯৯১ সাল থেকে ২০০২ সাল পর্যন্ত ☐ যুগ।

৮। তোমাদের স্কুল বিকাল ৩টায় ছুটি হয়। আন্তর্জাতিক রীতিতে স্কুল কয়টার সময় ছুটি হয়?

৯। আন্তর্জাতিক রীতি অনুযায়ী বাংলাদেশ বিমান ২০টার সময় কলকাতা রওনা দেয়। সন্ধ্যা কয়টার সময় বিমান রওনা দেয়?

১০। বিআরটিসি বাস দুপুর ১টা ৪০ মিনিটে ঢাকা ছেড়ে বিকাল ৪টা ১ মিনিটে কুমিল্লা পৌঁছে। আন্তর্জাতিক রীতিতে বাসটি কয়টায় ঢাকা ছাড়ে এবং কয়টায় কুমিল্লা পৌঁছে?

দ্বাদশ অধ্যায়

উপাত্ত বিন্যস্তকরণ

অবিন্যস্ত উপাত্ত ও বিন্যস্ত উপাত্ত

অবিন্যস্ত উপাত্ত : যে উপাত্তগুলো কোনো বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী সাজানো থাকে না সেগুলো অবিন্যস্ত উপাত্ত।

বিন্যস্ত উপাত্ত : যে উপাত্তগুলো কোনো বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী বিভিন্ন শ্রেণিতে সাজানো থাকে সেগুলো বিন্যস্ত উপাত্ত।

২৫ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষার গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর নিচে উল্লেখ করা হলো :
৫৯, ৭২, ৭০, ৫২, ৬৯, ৪১, ৪৪, ৮৫, ৮৮, ৭৬, ৮০, ৫৮, ৮৯, ৮৫, ৯৬, ৮৪, ৭৮, ৭২, ৬৮, ৭৫, ৯৮, ৭৪, ৭৩, ৭৭, ৭১

উপরের উপাত্তগুলো কোনো বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী সাজানো নয়। এগুলো অবিন্যস্ত উপাত্ত।

উপাত্তগুলোকে সুবিধামত সাজিয়ে নিলে তা থেকে প্রয়োজনীয় তথ্য পাওয়া সহজ হয়। শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত নম্বরসমূহের উপাত্তগুলোকে কৃতিত্বের ক্রম বা শ্রেণি অনুযায়ী সাজালে হবে বিন্যস্ত উপাত্ত।

প্রত্যেক শ্রেণির দুইটি মানের মধ্যে পার্থক্য বা ব্যবধান হলো শ্রেণি ব্যবধান। উপর্যুক্ত উপাত্তগুলোর মধ্যে সর্বোচ্চ মান ৯৮ এবং সর্বনিম্ন মান ৪১,

তাদের পার্থক্য = ৯৮ − ৪১ = ৫৭।

সুবিধাজনক সংখ্যা ১০ কে শ্রেণি ব্যবধান ধরা হলো।

৪০ থেকে ১০০ পর্যন্ত নম্বরকে ১০ ব্যবধান করে সারণি তৈরি করা হলো:

নম্বরের শ্রেণি বিভাগ	ট্যালি চিহ্ন	ছাত্র/ছাত্রী সংখ্যা/ ঘটন সংখ্যা
৪০ − ৪৯	||	২
৫০ − ৫৯	|||	৩
৬০ − ৬৯	||	২
৭০ − ৭৯	卌 卌	১০
৮০ − ৮৯	卌 |	৬
৯০ − ৯৯	||	২
		মোট ২৫

৪০ থেকে শুরু করে প্রতি ১০ ব্যবধানে একটি শ্রেণি গঠন করা হলো। প্রথমে বাম পাশে শ্রেণিগুলো লেখা হলো। সর্বনিম্ন সংখ্যা ৪১; এটি ৪০−৪৯ শ্রেণিতে বসল। সুতরাং ঐ শ্রেণিতে একটি ট্যালি চিহ্ন দেওয়া হলো। পরবর্তী নম্বর ৪৪, এটিও ৪০−৪৯ শ্রেণিতে বসল এবং ঐ শ্রেণিতে আরেকটি ট্যালি চিহ্ন দেওয়া হলো। এইভাবে পরবর্তী সংখ্যাগুলো সংশ্লিষ্ট শ্রেণিতে ট্যালি চিহ্ন দিয়ে সারণি সম্পূর্ণ করা হলো। ৭০−৭৯ শ্রেণিতে লক্ষ করা যায় যে, প্রথম চারটি ট্যালি চিহ্নের পর পঞ্চম ট্যালি বসানোর বেলায় পঞ্চম চিহ্নটি আলাদাভাবে পাশে না বসিয়ে চারটি চিহ্ন জুড়ে আড়াআড়িভাবে দেওয়া হয়েছে।

উদাহরণ ১। ২০ জন শ্রমিকের দৈনিক আয় (টাকায়) নিচে দেওয়া হলো :

২৯০, ৩৩৯, ৩২৬, ৩১৯, ৩০০, ২৪৭, ২৬৪, ২৭৯, ২৯৯, ২৯৫, ৩০৮, ৩২৭, ২৪৬, ৩৪৮, ৩১৬, ২৭৬, ২৮৮, ২৬৯, ৩১৬, ২৯৬। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত কর।

সমাধান : এখানে সর্বোচ্চ মান ৩৪৮ এবং সর্বনিম্ন মান ২৪৬

ব্যবধান = (৩৪৮ − ২৪৬) = ১০২

১০২ ÷ ৫ = ২০·৪

২০ কে শ্রেণি ব্যবধান হিসেবে নিয়ে সারণি তৈরি করা হলো:

নম্বরের শ্রেণি বিভাগ	ট্যালি চিহ্ন	ছাত্র/ছাত্রী সংখ্যা/ ঘটন সংখ্যা
২৪০ – ২৫৯	ll	২
২৬০ – ২৭৯	llll	৪
২৮০ – ২৯৯	~~llll~~	৫
৩০০ – ৩১৯	~~llll~~	৫
৩২০ – ৩৩৯	lll	৩
৩৪০ – ৩৫৯	l	১
		মোট ২০

উদাহরণ ২। ২০ জন শ্রমিকের ওজন (কেজি) দেওয়া হলো :

৬০, ৫২, ৫৪, ৫০, ৫২, ৫৪, ৫৬, ৫৮, ৬০, ৬০,

৫০, ৫৪, ৫৬, ৫৮, ৬০, ৫০, ৬০, ৬০, ৫৮, ৫৪। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত কর।

সমাধান :

ওজন (কেজি)	ট্যালি চিহ্ন	শ্রমিক সংখ্যা
৫০	|||	৩
৫২	||	২
৫৪	||||	৪
৫৬	||	২
৫৮	|||	৩
৬০	~~||||~~ |	৬
		মোট ২০

উদাহরণ ৩ । ২৫ জন শিক্ষার্থীর বাংলা বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:

৭৫,৬৮,৭৪,৬৬,৮০,৬৫,৭৫,৬৭,৮৬,৭৫,৬৮,৮২,৮৮,৮৪,৭২,

৬৬,৮৫,৭৩,৭৬,৭৮,৬৭,৭৯,৮৬,৮২,৮৪।

৫ শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে উপাত্তগুলো বিন্যস্ত কর।

সমাধান : ৫ শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে সারণি তৈরি করা হলো:

নম্বরের শ্রেণি বিভাগ	ট্যালি	ঘটন সংখ্যা
৬৫-৬৯	~~||||~~ ||	৭
৭০-৭৪	|||	৩
৭৫-৭৯	~~||||~~ |	৬
৮০-৮৪	~~||||~~	৫
৮৫-৮৯	||||	৪
		মোট ২৫

অনুশীলনী ১২ (ক)

১। নিচের ৫টি শ্রেণির শিক্ষার্থী সংখ্যা দেওয়া হলো। শিক্ষার্থী সংখ্যা ট্যালি চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ কর :

শ্রেণি	শিক্ষার্থী সংখ্যা	ট্যালি								
প্রথম	৪০									
দ্বিতীয়	৪৫									
তৃতীয়	৪২									
চতুর্থ	৩০									
পঞ্চম	২৮									

২। ২০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হলো। উপাত্তসমূহ বিন্যস্ত কর :

৭৫, ৬৩, ৭৫, ৭৫, ৭১, ৭৫, ৬৩, ৭২, ৭২, ৬৯,

৭২, ৭০, ৬১, ৭৫, ৬০, ৭১, ৬৯, ৬৩, ৬৫, ৬৯

৩। নিচে ২০টি দোকানের দৈনিক বিক্রয় তথ্য (টাকায়) দেওয়া হলো। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত কর :

১২৫, ২০০, ১৭০, ২২৫, ৩২৫, ২৭০, ১৮০, ২১০, ৩০০, ৩১৫,

৩৯০, ২৫০, ২৬০, ২২০, ২৭০, ৩৭৫, ৩১৫, ২২০, ২৫০, ২৭০

৪। ১৫ জন শ্রমিকের দৈনিক বেতন (টাকায়) দেওয়া হলো। ৬২৫,৩০০,৩২৫,৩৫০, ৩০০,৩২৫,৩২৫,৩০০,৩৫০,৩৫০,৩২৫,৪০০,৩৫০,৩২৫,৩২৫। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত কর।

লেখচিত্র

চাক্ষুষ প্রদর্শনের জন্য রেখার সাহায্যে আঁকা চিত্র হলো লেখচিত্র।

প্রদত্ত তথ্য বা সংগৃহীত উপাত্ত সহজে বোঝার ও দৃশ্যমান করার জন্য লেখচিত্র একটি কার্যকর মাধ্যম।

উদাহরণ ১। মনিপুরী পাড়া সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের বিভিন্ন শ্রেণির শিক্ষার্থীর সংখ্যা নিম্নরূপঃ

শ্রেণি	প্রথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুর্থ	পঞ্চম
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	৮০	৭৫	৬৫	৭২	৭০

ছকের তথ্য অনুসরণ করে একটি স্তম্ভ লেখ আঁক।

সমাধান : পরস্পর দুইটি লম্বরেখা কখ এবং কগ আঁকি। কখ রেখার উপর সমান দূরত্বে পরপর পর্যাপ্ত দাগ দেই। এক এক ঘর ব্যবধানে একেকটি ঘরকে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণিরূপে বিবেচনা করি।

কগ রেখার উপর প্রতি ১ সে.মি. দূরত্বে পরপর পর্যাপ্ত দাগ দেই এবং এই দাগ থেকে কখ রেখার সমান্তরাল করে রেখা আঁকি।

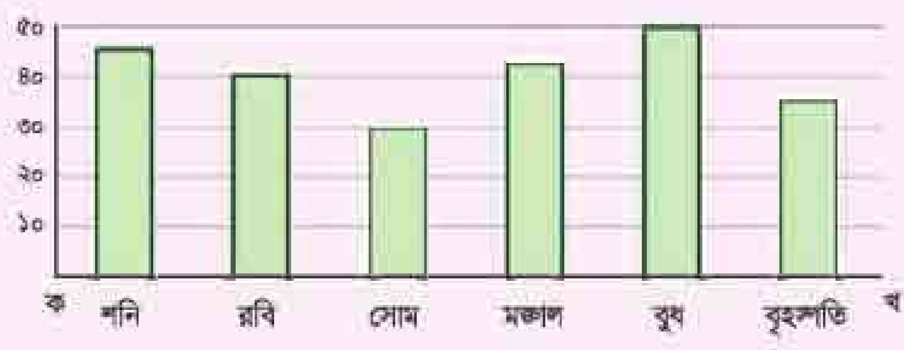
কগ রেখা বরাবর ঊর্ধ্বদিকে প্রতি সে.মি. কে ১০ জন শিক্ষার্থীরূপে বিবেচনা করি। সুতরাং কগ রেখা বরাবর ১ মিলিমিটার দ্বারা ১ জন শিক্ষার্থী বোঝায়।

প্রথম শ্রেণির ঘরে কখ রেখায় অবস্থিত দাগ দুইটির কগ রেখার সমান্তরাল ৮০ মি.মি. = ৮ সে.মি. উচ্চ দুইটি রেখা আঁকি এবং তাদের শীর্ষবিন্দু দুইটি সংযুক্ত করি। এতে যে সব আয়তক্ষেত্র তৈরি হলো তাই প্রথম শ্রেণির ৮০ জন শিক্ষার্থীর স্তম্ভ লেখ। লেখটি সুস্পষ্ট ও দৃষ্টি আকর্ষণ করার জন্য স্তম্ভটি ভরাট করি।

অনুরূপভাবে ৭.৫ সে.মি. ৬.৫ সে.মি. ৭.২ সে.মি. ও ৭.০ সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট ২য়, ৩য়, ৪র্থ ও ৫ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের স্তম্ভলেখ আঁকি। এইভাবে আঁকা সামগ্রিক চিত্রটি প্রদত্ত উপাত্তের লেখচিত্র।

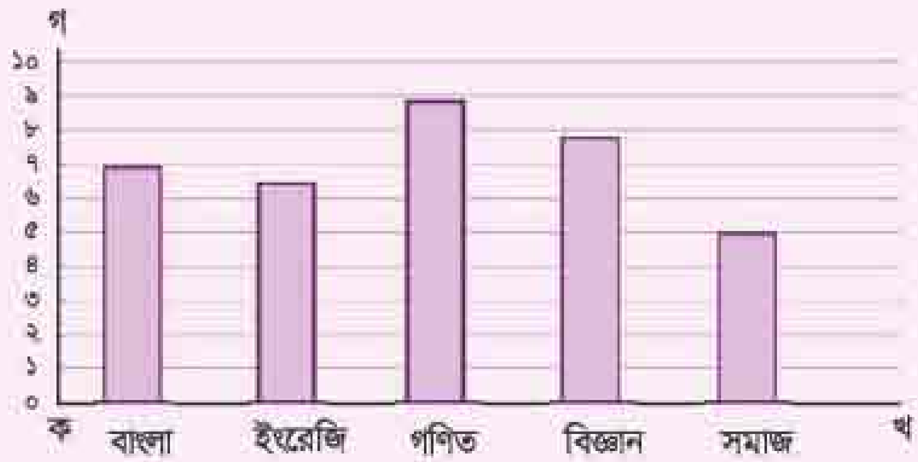
উদাহরণ ২। তোমাদের শ্রেণিতে গত সপ্তাহে উপস্থিত শিক্ষার্থীদের সংখ্যা নিচে দেওয়া হলো। এ উপাত্ত থেকে একটি স্তম্ভলেখ আঁকি।

বার	শনি	রবি	সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহস্পতি
উপস্থিত	৪৫	৪০	৩০	৪২	৫০	৩৫



(কখ রেখা বরাবর প্রতিঘর সমান ১০ নম্বর ধরা হয়েছে)

উদাহরণ ৩। বার্ষিক পরীক্ষায় জাফরের বিভিন্ন বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর নিচে স্তম্ভ লেখ–এর সাহায্যে দেখানো হলো। লেখচিত্র দেখে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



(কখ রেখা বরাবর প্রতি ঘর সমান ১০ নম্বর ধরা হয়েছে)

(ক) কোন বিষয়ে সে সবচেয়ে বেশি নম্বর পেয়েছে?

(খ) কোন বিষয়ে সে সবচেয়ে কম নম্বর পেয়েছে?

(গ) সে গণিত বিষয়ে কত নম্বর পেয়েছে?

(ঘ) সে মোট কত নম্বর পেয়েছে?

(ঙ) সে প্রতি বিষয়ে গড়ে কত নম্বর পেয়েছে?

সমাধান : (ক) গণিত বিষয়ে সে সবচেয়ে বেশি নম্বর পেয়েছে।

(খ) সমাজ বিষয়ে সে সবচেয়ে কম নম্বর পেয়েছে।

(গ) গণিত বিষয়ে সে ৮৯ নম্বর পেয়েছে।

(ঘ) সে পেয়েছে : বাংলায় ৬৯, ইংরেজিতে ৬৫, গণিতে ৮৯, বিজ্ঞানে ৭৮ এবং সমাজে ৫০।

সর্বমোট = ৬৯+৬৫+৮৯+৭৮+৫০ = ৩৫১

(ঙ) মোট বিষয় ৫টি। প্রতি বিষয়ে গড় নম্বর = ৩৫১÷৫ = ৭০.২।

অনুশীলনী ১২(খ)

১। একটি শ্রেণিতে গত সপ্তাহে অনুপস্থিত শিক্ষার্থীর সংখ্যা নিচে দেওয়া হলো। এ উপাত্ত থেকে একটি স্তম্ভলেখ আঁক।

বার	শনি	রবি	সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহস্পতি
অনুপস্থিত শিক্ষার্থীর সংখ্যা	২	৩	৫	৪	৩	৬

২। বালুচড়া সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের পাঁচটি শ্রেণির শিক্ষার্থীদের সংখ্যা নিম্নরূপ : উপাত্ত অনুসরণ করে স্তম্ভ লেখ আঁক।

শ্রেণি	শিক্ষার্থীর সংখ্যা
প্রথম	৮০
দ্বিতীয়	৭৫
তৃতীয়	৭৮
চতুর্থ	৬৫
পঞ্চম	৫৫

৩। স্বরূপকাঠি উপজেলায় গত বছরের পাঁচ ধরনের উৎপন্ন ফসলের পরিমাণ নিচের ছকে দেওয়া হলো। ছকের তথ্য অনুসরণ করে স্তম্ভ লেখ আঁক।

ফসল	পরিমাণ (টনে)
ধান	৪৫০
পাট	২৬০
গম	৩৫০
ছোলা	৫০
ডাল	৮০

৪। ঢাকা থেকে সড়ক পথে পাঁচটি শহরের দূরত্ব (দশ কিলোমিটারের নিকটতম গুণিতকে) নিম্নে দেওয়া হলো। উপাত্ত অনুসরণ করে স্তম্ভ লেখ আঁক।

স্থান	দূরত্ব
চট্টগ্রাম	২৯০
রংপুর	৪৪০
খুলনা	৩৩০
রাজশাহী	৩১০
সিলেট	৪০০

৫। বার্ষিক পরীক্ষায় ৫ জন শিক্ষার্থী গণিত বিষয়ে নিম্নরূপ নম্বর পেয়েছে। এ উপাত্ত থেকে স্তম্ভলেখ আঁক।

শিক্ষার্থী	সুমন	মিমি	ওমার	স্বপ্নীল	তানিয়া	রতন
প্রাপ্ত নম্বর	৮০	৯০	৮০	১০০	৭৫	৮৫

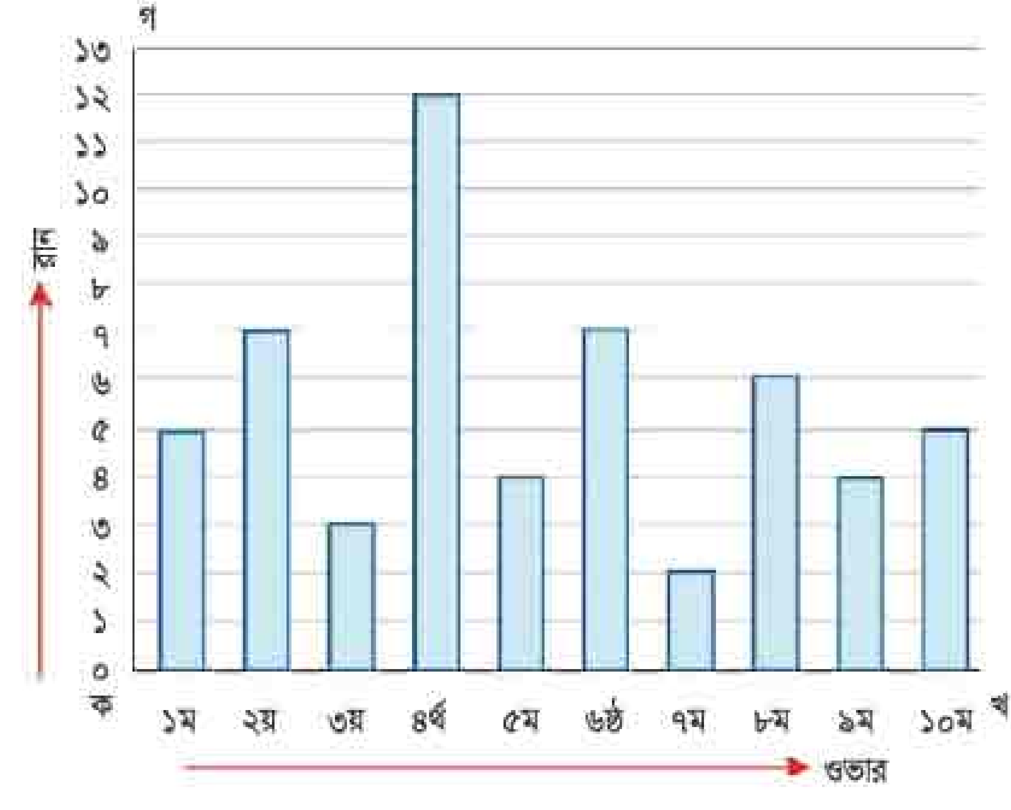
৬। বাংলাদেশ ও অস্ট্রেলিয়ার মধ্যকার একটি ওয়ান ডে ক্রিকেট খেলায় সাকিব দশ ওভার বল করলেন। বিভিন্ন ওভারে তাঁর দেওয়া রান সংখ্যা নিচের স্তম্ভ লেখ চিত্রে দেখানো হলো। চিত্র দেখে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

(ক) কোন ওভারে বেশি রান দিয়েছেন?

(খ) কোন ওভারে কম রান দিয়েছেন?

(গ) তিনি দশ ওভারে মোট এবং ওভার প্রতি গড় কত রান দিয়েছেন?

(ঘ) রানের সংখ্যাগুলো মানের উর্ধ্বক্রমে সাজাও ও রানের সংখ্যার নিচে সংশ্লিষ্ট ওভারের ক্রমবাচক সংখ্যা লেখ।



জনসংখ্যা

আমাদের প্রিয় মাতৃভূমি বাংলাদেশের ২০১১ সালের লোকসংখ্যা নিম্নরূপ :
২০১১ সালের জনসংখ্যার ছক :

মোট পুরুষের সংখ্যা	৭,১২,৫৫,০০০
মোট নারীর সংখ্যা	৭,১০,৬৪,০০০
মোট	১৪,২৩,১৯,০০০

নারী ও পুরুষের সংখ্যা প্রায় সমান। এই জনসংখ্যা গণনার মাধ্যমে পাওয়া গেছে। এই গণনাই হলো আদমশুমারি। আদমশুমারির মাধ্যমে শুধু লোকই গণনা করা হয় না, এর সাথে অন্যান্য প্রয়োজনীয় উপাত্তও সংগ্রহ করা হয়।

শিলার পরিবারের লোক সংখ্যা :

সদস্য	শিলার বাবা	শিলার মা	শিলা	শিলার বোন	মোট
সংখ্যা	১	১	১	১	৪

শিলার পরিবারের লোকসংখ্যা ৪। এটি একটি ছোট পরিবার, আদর্শ পরিবার।

বাংলাদেশের বিগত কয়েক বছরের জনসংখ্যা :

সাল	লোক সংখ্যা
১৯৮১	৮ কোটি ৯৯ লক্ষ
১৯৯১	১১ কোটি ১৪ লক্ষ
২০০১	১২ কোটি ৩৯ লক্ষ
২০১১	প্রায় ১৪ কোটি ২৩ লক্ষ

* পপুলেশন এবং হাউজিং সেন্সাস ২০১১ প্রিলিমিনারী রেজাল্ট, ব্যুরো অব স্ট্যাটিসটিকস।

বাংলাদেশের মোট এরিয়া ১,৪৭,৫৭০ বর্গকিলোমিটার। এরিয়ার দিক দিয়ে বাংলাদেশ পৃথিবীর নব্বইতম স্থানে রয়েছে। কিন্তু জনসংখ্যার হিসাবে পৃথিবীতে এদেশের অবস্থান নবম।

দক্ষিণ এশিয়ার কয়েকটি দেশের জনসংখ্যা :

দেশ	জনসংখ্যা
ভারত	১২১ কোটি ৪৫ লক্ষ
পাকিস্তান	১৮ কোটি ৪৮ লক্ষ
মায়ানমার	৫ কোটি ৫ লক্ষ
নেপাল	২ কোটি ৯৯ লক্ষ
শ্রীলঙ্কা	২ কোটি ৪ লক্ষ
ভুটান	৯ লক্ষ (প্রায়)

উৎস : স্টেট অব দি ওয়ার্ল্ড পপুলেশন ২০১০ ইউএনএফপিএ।

জনসংখ্যা সংক্রান্ত সমস্যা

ঘনত্ব : কোনো এলাকায় গড়ে প্রতি বর্গকিলোমিটারে যত লোক বাস করে সেই সংখ্যা হলো ঐ এলাকার জনসংখ্যার ঘনত্ব।

উদাহরণ ১। পটুয়াখালী জেলার লোক সংখ্যা প্রায় ১৫ লক্ষ ১৭ হাজার এবং এরিয়া ৩২২১ বর্গকিলোমিটার। পটুয়াখালী জেলার জনসংখ্যার ঘনত্ব কত?

সমাধান : ৩২২১ বর্গকিলোমিটারে বাস করে ১৫১৭০০০ জন

১ " " " $\frac{১৫১৭০০০}{৩২২১}$ জন = ৪৭১ জন

সুতরাং জনসংখ্যার ঘনত্ব ৪৭১ (প্রায়)।

অনুশীলনী ১২(গ)

১। তোমার পরিবারের লোকসংখ্যা লেখ :

সদস্য সংখ্যা	তোমার বাবা	তোমার মা	তুমি নিজে	তোমার ভাই	তোমার বোন	মোট

তোমার পরিবার কি ছোট পরিবার?

২। ২০০১ থেকে ২০১১ সালে বাংলাদেশের জনসংখ্যা কত বেড়েছে?

৩। তুমি তোমার প্রতিবেশি দুইটি পরিবারের লোকসংখ্যা নিচের ছকে লেখ:

পরিবার	দাদা	দাদি	বাবা	মা	ভাই	বোন	চাচা	ফুফু	অন্যান্য	মোট
১										
২										

৪। জনসংখ্যার ঘনত্ব কী? এটি কীভাবে নির্ণয় করা যায়?

৫। রতনপুর গ্রামের এরিয়া ৫ বর্গকিলোমিটার। সেই গ্রামে ৩,০০০ লোক বাস করে। ঐ গ্রামের জনসংখ্যার ঘনত্ব কত?

৬। পঞ্চগড় জেলার লোকসংখ্যা ৯ লক্ষ ৮১ হাজার এবং এরিয়া ১৪০৫ বর্গকিলোমিটার। এই জেলার জনসংখ্যার ঘনত্ব কত?

৭। রাঙামাটি জেলার এরিয়া ৬১৬০৯ বর্গকিলোমিটার এবং লোক সংখ্যা ৫ লক্ষ ২৫ হাজার। ঐ জেলার জনসংখ্যার ঘনত্ব নির্ণয় কর।

৮। ২০১১ সালের নিচের তথ্যগুলো থেকে শূন্য ঘর পূরণ কর:

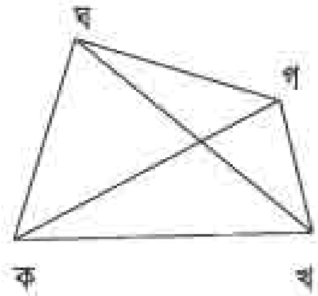
বাংলাদেশ/বিভাগ	এরিয়া বর্গ কি.মি.	জনসংখ্যা	ঘনত্ব (প্রতি বর্গ কি.মি.)
বাংলাদেশ	১,৪৭,৫৭০	১৪,২৩,১৯,০০০	
বরিশাল বিভাগ	১৩,২৯৭	৮১,৪৭,০০০	
চট্টগ্রাম বিভাগ		২,৮০,৭৯,০০০	৮৩১
ঢাকা বিভাগ	৩১,১২০	৪,৬৭,২৯,০০০	
রংপুর বিভাগ		১,৫৬,৬৫,০০	৯৬০

ত্রয়োদশ অধ্যায়

জ্যামিতি

চতুর্ভুজ

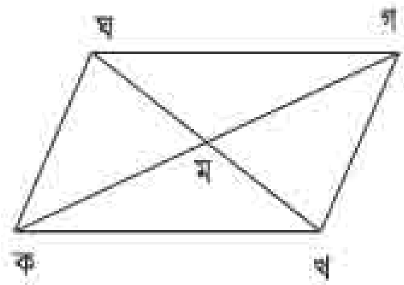
চারটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র একটি চতুর্ভুজ। পাশের চিত্রে, কখগঘ একটি চতুর্ভুজ। কখ, খগ, গঘ, ঘক রেখাংশ চারটি চতুর্ভুজটির চারটি বাহু। ক, খ, গ ও ঘ চতুর্ভুজের চারটি কৌণিক বিন্দু বা শীর্ষবিন্দু। কগ ও খঘ রেখাংশ দুইটি কখগঘ চতুর্ভুজটির দুইটি কর্ণ।



চতুর্ভুজের প্রকারভেদ

সামান্তরিক

যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল, তাই সামান্তরিক। পাশের চিত্রে, কখগঘ চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। স্কেলের সাহায্যে বাহুগুলোর লম্ব দূরত্ব মেপে দেখি যে, যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহুর লম্ব দূরত্ব সমান। অতএব তারা সমান্তরাল। এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য মেপে দেখি যে, যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান: কখ বাহু = ঘ গ বাহু এবং ক ঘ বাহু = খ গ বাহু।



চাঁদার সাহায্যে ∠ঘকখ, ∠কখগ, ∠খগঘ, ∠গঘক কোণ চারটি পরিমাপ করে দেখি যে,
∠ঘকখ = ∠খগঘ এবং ∠কখগ = ∠গঘক।

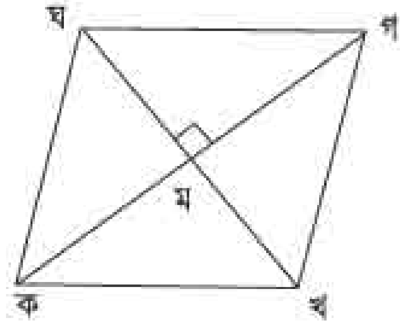
সামান্তরিকটির ∠ঘকখ ও ∠খগঘ এবং ∠কখগ ও ∠গঘক দুই জোড়া বিপরীত কোণ। দেখা গেল, প্রত্যেক জোড়া বিপরীত কোণ সমান।

এখন সামান্তরিকটির কর্ণ দুইটি আঁকি; এরা পরস্পরকে ম বিন্দুতে ছেদ করেছে। মেপে দেখি, কম ও মগ রেখাংশ দুইটির দৈর্ঘ্য সমান; আবার খম ও মঘ রেখাংশ দুইটির দৈর্ঘ্যও সমান।
অর্থাৎ, কর্ণ দুইটি তাদের ছেদবিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

> সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল ও সমান।
> সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো সমান।
> সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

রম্বস

রম্বস এমন একটি সামান্তরিক যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। চিত্রে, কখগঘ একটি রম্বস। এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য মেপে দেখি যে, চারটি বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান। এর কর্ণদ্বয় ম বিন্দুতে ছেদ করে পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে, কেননা প্রত্যেক রম্বস একটি সামান্তরিক। এখন ∠কমখ, ∠খমগ, ∠গমঘ, ∠ঘমক কোণ চারটি চাঁদা দিয়ে মেপে দেখি, প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ ৯০°। অর্থাৎ, কর্ণদ্বয় তাদের ছেদ বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।

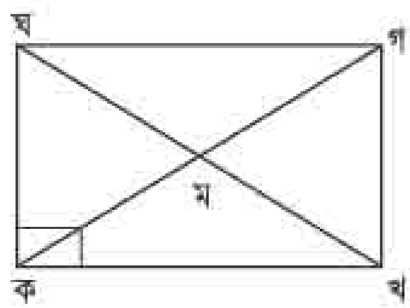


> যে সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান, তাই রম্বস।
> রম্বসের বাহুগুলো সব সমান এবং বিপরীত কোণগুলো সমান।
> রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

আয়ত

যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ, তাই আয়ত। আয়ত এমন একটি সামান্তরিক যার প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ। পাশের চিত্রে কখগঘ একটি আয়ত। এখন চাঁদার সাহায্যে ∠ঘকখ, ∠কখগ, ∠খগঘ, ∠গঘক কোণ চারটি পরিমাপ করে দেখি, প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ ৯০°।

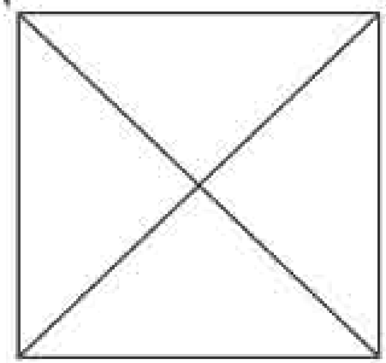
উল্লেখ্য, সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে অন্য তিনটি কোণও সমকোণ হয়।



> যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ, তাই আয়ত।
> আয়তের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ এবং বিপরীত বাহুগুলো সমান।
> আয়তের কর্ণদ্বয় সমান এবং এরা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বর্গ

বর্গ এমন একটি আয়ত যার বাহুগুলো সব সমান। অর্থাৎ, বর্গ এমন একটি সামান্তরিক যার প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ এবং বাহুগুলো সমান। পাশের চিত্রে, কখগঘ একটি বর্গ। আয়তের বিপরীত বাহুগুলো সমান বলে, আয়তের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান হলে সেটি একটি বর্গ হবে। আবার, প্রত্যেক বর্গ একটি আয়ত বলে এর কর্ণদ্বয় দৈর্ঘ্যে সমান। এদের ছেদবিন্দুতে উৎপন্ন কোণ চারটি মেপে দেখি, এরা প্রত্যেকে সমকোণ। যে আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান, তাই বর্গ। অন্যভাবে বলা যায়, যে সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান এবং একটি কোণ সমকোণ, তাই বর্গ।



যে আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান, তাই বর্গ।
যে সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান এবং একটি কোণ সমকোণ, তাই বর্গ।
বর্গের বাহুগুলো সব সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ।
বর্গের কর্ণদ্বয় সমান এবং এরা পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

নিজে কর:

১। একটি চতুর্ভুজ আঁক। এর বাহু চারটির এবং কর্ণ দুইটির দৈর্ঘ্য মাপ। চতুর্ভুজটির কোণ চারটি মেপে তাদের পরিমাপের যোগফল নির্ণয় কর।

২। চোখের আন্দাজে দুইটি চতুর্ভুজ আঁক যাদের কোনো দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান নয়।
(ক) প্রতিক্ষেত্রে বাহু চারটির এবং কর্ণ দুইটির দৈর্ঘ্য মাপ ও খাতায় লেখ।
(খ) কোণ চারটি পরিমাপ কর এবং খাতায় লেখা কোণ চারটি পরিমাপের যোগফল উভয় ক্ষেত্রে একই হয় কি-না বল।

অনুশীলনী ১৩

১। নিচের বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সর্বদা সত্য?

(ক) রম্বস একটি সামান্তরিক।
(খ) সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
(গ) বর্গ একটি রম্বস।
(ঘ) সামান্তরিক একটি চতুর্ভুজ যার বিপরীত বাহুজোড়া সমান ও সমান্তরাল।
(ঙ) বর্গ একটি আয়ত।

২। চোখের আন্দাজে একটি সামান্তরিক, একটি রম্বস ও একটি আয়ত আঁক।

(ক) প্রতিক্ষেত্রে মেপে দেখ, প্রত্যেক জোড়া বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হয়েছে কিনা।
(খ) প্রতিক্ষেত্রে পরিমাপ করে দেখ প্রত্যেক জোড়া বিপরীত কোণ সমান হয়েছে কিনা।
(গ) প্রতিক্ষেত্রে কর্ণদ্বয় তাদের ছেদবিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে কিনা মেপে দেখ।
(ঘ) রম্বসের বেলায় কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুতে উৎপন্ন কোণগুলো পরিমাপ করে দেখ, তারা লম্বভাবে ছেদ করেছে কিনা।

৩। চোখের আন্দাজে একটি সামান্তরিক আঁক যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. এবং পাশের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ সে.মি.। এদের বিপরীত বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য মাপ এবং প্রত্যেক জোড়া বিপরীত কোণের পরিমাপ নির্ণয় কর। সামান্তরিকটির কর্ণ দুইটি আঁক। এদের ছেদবিন্দুতে কর্ণদ্বয়ের চারটি খণ্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য মাপ।

৪। চোখের আন্দাজে একটি বর্গ আঁক যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি.।

(ক) প্রত্যেক কর্ণের দৈর্ঘ্য মাপ এবং খাতায় লেখ।
(খ) বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুগুলো চিহ্নিত কর। মধ্যবিন্দুগুলো পর্যায়ক্রমে সংযুক্ত কর। অঙ্কিত চতুর্ভুজটি কী ধরনের চতুর্ভুজ বলে মনে হয়। এর বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য মাপ এবং কোণগুলো পরিমাপ কর। তোমার অঙ্কন সঠিক হয়েছে কি না বল।

চতুর্দশ অধ্যায়

ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার

ক্যালকুলেটর

ক্যালকুলেটর ইংরেজি শব্দ Calculator –অর্থ গণনাকারী। এটি একটি গণনাকারী যন্ত্র, বিদ্যুতে চলে। এর ভিতরে স্থাপন করা ব্যাটারিই বিদ্যুতের উৎস, লাইনের সাথে সংযোগের প্রয়োজন হয় না। ব্যবহারে বা অন্য কোনো কারণে বিদ্যুৎ ফুরিয়ে গেলে ব্যাটারি পুনঃস্থাপন করে কাজ চালিয়ে যাওয়া যায়। গঠন, আকার ও প্রয়োজনে ক্যালকুলেটর বিভিন্ন রকমের হয়ে থাকে। কোনো কোনো ক্যালকুলেটরে ২৬টি বোতাম, কোনোটিতে ৪২টি বোতাম বা কোনোটিতে ৪৭টি বোতাম থাকে, ইত্যাদি। উল্লেখ্য, প্রথম ক্যালকুলেটর চালু করতে অন/এসি (ON/AC) বন্ধ করতে অফ (OFF), দ্বিতীয় ক্যালকুলেটরের ক্ষেত্রে অন/সি (ON/C) ও অফ (OFF) এবং তৃতীয়টি কেবল অন (ON) বোতাম ব্যবহারেই চালু ও বন্ধ করা যায় ; তবে শিফ্‌ট হয়ে এসি (AC) এর সাহায্যে তাৎক্ষণিকভাবেও বন্ধ করা যায়।

পাশের ছবিটি একটি ক্যালকুলেটরের প্রতিরূপ। এতে ২৬টি বোতাম রয়েছে, এর অন(ON) বোতাম দিয়েই যন্ত্রটি চালু ও বন্ধ করা যায়।

ঘর–সংসারের দৈনন্দিন হিসাব–নিকাশ ছাড়াও ব্যবসা–বাণিজ্যে ক্যালকুলেটরের ব্যাপক ব্যবহার হয়ে থাকে। গাণিতিক সমস্যা সমাধানে ক্যালকুলেটর বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য ভূমিকা পালন করে। কেবল ব্যবহারের মাধ্যমেই যন্ত্রটির উপযোগিতা ও প্রয়োজনীয়তা উপলব্ধি করা যায়।

কম্পিউটার

ইংরেজি কম্পিউট (Compute) শব্দের বাংলা 'হিসাব করা'। এভাবেই কম্পিউটার (Computer) শব্দটির উৎপত্তি। তাই কম্পিউটারও হিসাব করার যন্ত্র। এটি একটি ইলেকট্রনিক যন্ত্র। তবে কম্পিউটার কেবল গণনা বা হিসাব করার যন্ত্র নয়।

কম্পিউটারের সাহায্যে একদিকে যেমন জটিল হিসাব নিকাশ করা যায়, অন্য দিকে এর সাহায্যে ছবিও আঁকা যায়। ব্যাংকের লেনদেনের হিসাব রাখা, রোগীর রোগ নির্ণয় ও ব্যবস্থাপত্র তৈরি, পত্রাদি লেখা, গান শোনা, ছবি দেখা, ই-মেইলের মাধ্যমে দেশ-বিদেশের আত্মীয়-স্বজন ও বন্ধু-বান্ধবদের সাথে যোগাযোগ রাখার কাজ কম্পিউটারের সাহায্যে করা যায়। মানুষের দৈনন্দিন জীবনে কম্পিউটার গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখছে। এ্যাবাকাস (Abacus) নামক গণনা যন্ত্রকে কম্পিউটারের ইতিহাসে প্রথম যন্ত্র হিসেবে গণ্য করা হয়। ইংল্যান্ডের কেমব্রিজ বিশ্ববিদ্যালয়ের অধ্যাপক চার্লস ব্যাবেজ এর এ্যানালিটিকেল ইঞ্জিন-এর ধারণাকে আধুনিক কম্পিউটারের সূত্র হিসেবে বিবেচিত হয়। এ জন্য চার্লস ব্যাবেজকে আধুনিক কম্পিউটারের জনক হিসেবে আখ্যায়িত করা হয়।

কম্পিউটারের কার্যপদ্ধতির মূল বিষয়টি খুবই সোজা। কম্পিউটারের চারটি মূল অংশ রয়েছে, যথা: ইনপুট, মেমোরি, প্রসেসর ও আউটপুট। এই চারটি মূল অংশের সমন্বয়ে কম্পিউটার কাজ করে। তথ্য উপাত্ত ঢোকানোর জন্য ইনপুট ডিভাইস দরকার। কিবোর্ড, মাউস এ ধরনের ইনপুট ডিভাইস।

কিবোর্ডের বোতাম টিপে বা মাউস ক্লিক করে নির্দিষ্ট নির্দেশটি দেওয়া হয়।

নির্দেশটি কম্পিউটারের মেমোরিতে জমা হয়। এর পর মেমোরির তথ্য, উপাত্ত ও নির্দেশাবলি প্রসেসর পালন করে এবং ফলাফল মেমোরিতে পাঠিয়ে দেয়। মেমোরি কিছু নির্দেশ, আউটপুট যেমন– মনিটর বা প্রিন্টার দিয়ে ফিরিয়ে দেয়।

তোমরা যারা কম্পিউটার ব্যবহার করেছ তারা বুঝতে পারছ, কিবোর্ড বা মাউস হচ্ছে ইনপুট দেওয়ার উপায়। এগুলো দিয়ে কম্পিউটারে উপাত্ত দেওয়া হয়। কম্পিউটার কাজ শেষে ফলাফল মনিটরে দেখায়।

মনিটর হচ্ছে আউটপুট ডিভাইস। কম্পিউটারের মেমোরি কিংবা প্রসেসর আমরা বাইরে থেকে দেখতে পাইনা, সেগুলো ভিতরে থাকে।

এতক্ষণ যে বিষয়ে বলা হলো সেটি হলো কম্পিউটারের যন্ত্রাংশ বা হার্ডওয়্যার। কিন্তু শুধু হার্ডওয়্যার থাকলেই কম্পিউটার কাজ করবে না। এর জন্য দরকার প্রয়োজনীয় নির্দেশ প্রদান। এই নির্দেশনাগুলোকে বলা হয় সফটওয়্যার। কম্পিউটারের প্রসেসর কোন কাজটি কীভাবে সম্পন্ন করবে, এর জন্য কী কী নির্দেশ দরকার তা মেমোরিতে জমা থাকে। এক কথায় বলা যায়, কম্পিউটারের হার্ডওয়্যার সফটওয়্যার দ্বারা পরিচালিত হয়।

বিভিন্ন ধরনের কাজের জন্য বিভিন্ন ধরনের সফটওয়্যার প্রয়োজন। যে সফটওয়্যার দিয়ে ছবি আঁকা যায়, তা দিয়ে হিসাব নিকাশ করা যাবে না। হিসাব নিকাশ করার জন্য কম্পিউটারে বিভিন্ন সফটওয়্যার বা প্রোগ্রাম রয়েছে, যেমন – Calculator, Excel, Calc ইত্যাদি। Calculator বা Calc প্রোগ্রামকে তুমি তোমার সাধারণ ক্যালকুলেটরের এর পরিবর্তে ব্যবহার করতে পার।

ক্যালকুলেটর বা কম্পিউটারের প্রোগ্রামের সাহায্যে নিচের উদাহরণগুলো অনুশীলন কর।

উদাহরণ ১। ফাঁকা ঘর পূরণ কর :

(ক) ১৭ + ৯ = ☐ (খ) ১৮+ ১৫ = ☐

(ক) সমাধান : [১] [৭] [+] [৯] [=] [২৬]

১৭ + ৯ = ২৬।

অন [ON] বোতাম টিপে ক্যালকুলেটরটিকে সচল করে পরপর

[১] [৭] [+] [৯] ও [=] বোতামগুলো টিপে উত্তর পাওয়া গেল ২৬।

অতঃপর [ON] বোতামটি টিপেই যন্ত্রটি বন্ধ করা হলো।

(খ) সমাধান : [অন] [১] [৮] [+] [১] [৫] [=] [৩৩]

১৮ + ১৫ = ৩৩

ক্যালকুলেটরটিকে [অন] বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো।

উদাহরণ ২। (ক) ১৪ + ২৯ + ৩৫ = কত?

(খ) ৬০ + ২৭ + ১৩ = কত?

(ক) সমাধান : অন | ১ | ৪ | + | ২ | ৯ | + | ৩ | ৫ | = | ৭৮

১৪ + ২৯ + ৩৫ = ৭৮

ক্যালকুলেটরটিকে ON বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো।

(খ) সমাধান : অন | ৬ | ০ | + | ২ | ৭ | + | ১ | ৩ | = | ১০০

৬০ + ২৭ + ১৩ = ১০০

ক্যালকুলেটরটিকে ON বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো।

উদাহরণ ৩। ফাঁকা ঘর পূরণ কর :

(ক) ৩৪৭ – ৮৯ = ☐ (খ) ৫৬০ – ২৩৭ = ☐

(ক) সমাধান : অন | ৩ | ৪ | ৭ | – | ৮ | ৯ | = | ২৫৮

৩৪৭ – ৮৯ = ২৫৮

ক্যালকুলেটরটিকে ON বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো।

(খ) সমাধান : অন | ৫ | ৬ | ০ | – | ২ | ৩ | ৭ | = | ৩২৩

৫৬০–২৩৭= ৩২৩

ক্যালকুলেটরটিকে ON বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো।

উদাহরণ ৪।গুণ কর ৫০৩ × ১৬ = কত?

(ক) সমাধান : অন | ৫ | ০ | ৩ | × | ১ | ৬ | = | ৮০৪৮

৫০৩ × ১৬ = ৮০৪৮

ক্যালকুলেটরটিকে ON বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো।

উদাহরণ ৫। সরল কর : ৬৪ ÷ ৮ × ১২ − ৫০

সমাধান : [অন] [৬] [৪] [÷] [৮] [=] [৮]

৬৪ ÷ ৮ = ৮

[অন] [৮] [×] [১] [২] [=] [৯৬]

৮ × ১২ = ৯৬

[অন] [৯] [৬] [−] [৫] [০] [=] [৪৬]

৯৬ − ৫০ = ৪৬

ক্যালকুলেটরটির চালু অবস্থায় তিনটি ধাপে সমাধান সম্পন্ন হলো।

উদাহরণ ৬। শাবাব মোহাম্মদপুর বাজার থেকে ৩৫০ টাকার মাছ, ৭৬ টাকার সবজি ও ৮২ টাকার ফল ক্রয় করল। ৬০০ টাকা থেকে তার কাছে আর কত টাকা থাকল?

সমাধান : দেওয়া আছে,

মাছ ৩৫০ টাকা

সবজি ৭৬ টাকা

ফল ৮২ টাকা

ক্যালকুলেটরটিকে অন বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো :

[অন] [৩] [৫] [০] [+] [৭] [৬] [+] [৮] [২] [=] [৫০৮]

৩৫০ + ৭৬ + ৮২ = ৫০৮

অনুরূপভাবে, প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো :

[অন] [৬] [০] [০] [−] [৫] [০] [৮] [=] [৯২]

৬০০−৫০৮ = ৯২

আধুনিক যুগের একটি অত্যাধুনিক আবিষ্কার হলো কম্পিউটার। তাই আধুনিক যুগকে কম্পিউটার যুগ বলা হয়। কম্পিউটার প্রযুক্তিকে কাজে লাগিয়ে বর্তমান জীবনযাত্রার বহুবিধ জটিল কাজ অতি সহজে সম্পন্ন হচ্ছে। আমাদের জীবনধারণকে সহজ ও গতিশীল করতে কম্পিউটার এই অপরিসীম ভূমিকা পালন করছে। তাই ছোটবেলা থেকেই আমাদের কম্পিউটার জানা ও চর্চা করা প্রয়োজন, আর ডিজিটাল বাংলাদেশ গড়তে এটি নিঃসন্দেহে অপরিহার্য।

অনুশীলনী ১৪

ক্যালকুলেটর অথবা কম্পিউটার ব্যবহার করে সমস্যাগুলো সমাধান কর:

১। ফাঁকা ঘর পূরণ কর :

(ক) ১৭ + ৯ = $\square$ (খ) ২৮ + ৪৬ = $\square$ (গ) ১৫০ + ৯ = $\square$

২। যোগ কর : (ক) ৮৯৭ + ৩৫৬ + ৪০ = কত?

(খ) ২০৭ + ৪৪ + ২৮ + ৬৫ = কত?

৩। বিয়োগ কর : (ক) ২৬ − ১৩ = কত? (খ) ৫৮৭ − ২০৪ = কত?

(গ) ৪০০ − ২০০ = কত? (ঘ) ৭৯৩ − ৫৪৬ = কত?

৪। গুণ কর : (ক) ৯ × ৪ = কত? (খ) ১২৮ × ৩৪ = কত?

(গ) ৫৫৫ × ৫ = কত? (ঘ) ৭২০ × ৬৮ = কত?

৫। সরল কর : (ক) ৯ × ৮০ ÷ ৫ + ৬ − ১৩৪ (খ) ৭৭ + ৮৩ − ৫৬ ÷ ৭ × ৯

(গ) ২৪৫ − ১৩ × ৯৫ ÷ ৫ + ১০

৬। সাহীন নিউমার্কেট থেকে ৩৪০ টাকার মাছ, ৫৫ টাকার তরকারি, ৩৪ টাকার পেঁয়াজ ও ১৯০ টাকার তেল ক্রয় করল। সে দোকানদারকে ৬৫০ টাকা দিল। দোকানদার তাকে কত টাকা ফেরত দেবেন?

৭। ফাতেমা বই মেলা থেকে ৩২৮ টাকার বই, ১০৫ টাকার খাতা ও ১২ টাকার রবার ক্রয় করে দোকানদারকে ৫০০ টাকা দিল। ফাতেমা কত টাকা ফেরত পাবে?

উত্তরমালা

অনুশীলনী ১

১– ৪ নিজে কর ৫। ১৩৭১৯১৫ ৬। ৯৬১১২৫ টাকা ৭।১৪৯০০০ ৮। ১০০৩৭৫ টাকা
৯। ২০৯১২০০ টাকা ১০। ৮৯৪৬৮২ টাকা ১১।২৮৩৫৩২৪টি ১২। ৫০১২২৫২ কেজি

অনুশীলনী ২

১ – ৩ নিজে কর ৪। ৪১৭ দিন ৫। ১১৪৯ ; ৩৬ ৬। ৭২টি ৭। ১৪ ৮। ৮৭; ৬১৭
৯। ৭৫ জন ১০। ৭৮ ১১। ১২৪; ৯ ১২। ২৬১

অনুশীলনী ৩ (ক)

১। নিজে কর ২। ২০ দিনে ৩। ৪ দিনে ৪। ১২ দিনে ৫। ১০০ জন ৬। ১৫ দিন
৭। ৩৬ জন ৮। ৪ জন ৯। ২৫ দিন ১০। ২৪ দিন ১১। ৫০ জন ১২। ১৫ জন
১৩। ৩৩৬ কেজি.

অনুশীলনী ৩ (খ)

১। ৮৮৭৭৪৯ ২। ৮৬৩৭৪৩ ৩। ১ ৪। ৮৯০০০১ ৫। ৫৮০৮৫১ ৬। ২০৩৩৪
৭। ৮৯৩ ৮। প্রমা ২৩, রিমি ১৮, মনীষা ২৯ ৯। ১২২৪৪৬ টাকা ১০। ২৬৬৬২৮
১১। ১৫ টাকা ১২। ৮ টাকা ১৩। পিতা ৭২, পুত্র ২৪ ১৪। ৯৯০ ১৫। ১০২
১৬। ১০৩ ১৭। ৯৮ ১৮। ৭২০০ টাকা ১৯। ৭২৫ টাকা ২০। ৩৮৮; ৩০২
২১। ৮৭৫০ টাকা; ১১২০০ টাকা ২২। ৫৫২০ টাকা ২৩। ৪২৭ টাকা

অনুশীলনী ৪

১। নিজে কর ২। ৪৬ টাকা ৩।৭৯ ৪। ১২৯ সে.মি. ৫। ২৩ বছর, ২৫ বছর ৬।
৫৯ ৭। ১০৭ ৮। ২১৬৯ ৯। ৬৫ ১০। ৩৮ বছর ১১। ২৬ মি.মি.

অনুশীলনী ৫

১–৪। নিজে কর ৫। ৩৮ ৬। ৩০ জন, ২টি আম ও ৫টি লিচু ৭। ১২ লিটার,
১৯ লিটার ও ৯৯ লিটার ৮। ১৫ ৯। ২১ ১০। ১ বর্গমিটার ১১। ৩৬০ ১২। ৪৮৬
১৩। ১৭৪ ১৪। ৪২০ মিনিট ১৫। ১২২টি ১৬। ১৪৩৩

অনুশীলনী ৬

১ – ৩। নিজে কর ৪ (ক) ১০ (খ) ১৫ (গ) ৪৮ (ঘ) ৫ ৫। (ক) ১০ (খ) ১, ২, ৩, ,৪, ৫ ও ৬ ।(ক) নিজে কর (খ) নিজে কর (গ) ১০ বছর (ঘ) ১০০ টাকা

অনুশীলনী ৭(ক)

১ – ৯। নিজে কর ১০। সবুজ ১১। ছোট বোন ১২। সায়মা ১৩। সেতু
১৪। সৌমিক

অনুশীলনী ৭ (খ)

১ –৫। নিজে কর ৬। $\frac{২}{৫}$ অংশ ৭। $\frac{১}{৪}$ অংশ ৮। $\frac{১}{৪}$ অংশ ৯। $\frac{১}{২}$ বিঘা ১০। $\frac{৪}{৫}$ অংশ

অনুশীলনী ৭ (গ)

১। (ক) $\frac{৬}{৭}$ (খ) $\frac{২৩}{৩৮}$ (গ) $৩\frac{৭}{৯}$ (ঘ) $৫\frac{২}{৫}$ (ঙ) $১\frac{১}{৯}$ (চ) $১\frac{২৩}{৭৫}$ (ছ) $৬\frac{৪}{৫}$
(জ) $৫\frac{৫}{৬}$ (ঝ) $২৫\frac{১৫}{১৬}$ (ঞ) $২৩\frac{৯}{১০}$ (ট) $৩২\frac{১}{৮}$

২। (ক) $\frac{৯}{১৬}$ (খ) $২\frac{২}{৯}$ (গ) $২\frac{১}{২}$ (ঘ) $১\frac{১}{৬}$ (ঙ) $১\frac{১}{৩}$ (চ) $১\frac{১}{৮}$ (ছ) $\frac{১}{১০}$
(জ) $১\frac{১৯}{২০}$ (ঝ) $\frac{১৯}{২০}$ (ঞ) $২\frac{৩}{৮}$ (ট) $২\frac{২}{৩}$

৩। (ক) $\frac{১৭}{২৪}$ (খ) $\frac{৭৯}{২৪০}$ (গ) $\frac{১৯}{৯৬}$ (ঘ) $৭\frac{১}{৪}$ (ঙ) $২\frac{১৩}{২০}$ (চ) $১০\frac{৪}{৩৫}$
(ছ) $১\frac{১}{২০}$ (জ) $৪\frac{১১}{১২}$ (ঝ) $৩\frac{২৭}{২৮}$ (ঞ) ৩ (ট) $১\frac{১১৯}{১২০}$

৪। $\frac{২}{৩}$ অংশ ৫। $\frac{৩}{৪}$ অংশ ৬। $\frac{২}{৩}$ অংশ ৭। $৮\frac{৫}{৬}$ কি. মি. ৮। $\frac{২}{৫}$ অংশ

৯। $১৪\frac{৩}{৪}$ টাকা ১০। $\frac{১}{৮}$ অংশ ১১। $১১\frac{৩}{৪}$ ১২। নিজে কর

অনুশীলনী ৭ (ঘ)

১ (ক) ১২ (খ) $১৫\frac{৩}{৪}$ (গ) $\frac{৩}{৮}$ (ঘ) $\frac{২}{৩}$ (ঙ) $৭\frac{৫}{৯}$ (চ) $\frac{৫}{৯}$ (ছ) $৪\frac{৫৫}{১২৬}$ (জ) $২৪\frac{৪৩}{৪৯}$

২ (ক) $\frac{৩}{২০}$ (খ) $৮\frac{১}{৪}$ (গ) $\frac{৩}{২০}$ (ঘ) $\frac{৩}{১০}$ (ঙ) ৬ (চ) $\frac{১}{১২}$ (ছ) $\frac{১}{২}$ (জ) $৪\frac{৯}{১০}$

৩ (ক) $\frac{২}{৩}$ (খ) $\frac{১৫}{৩২}$ (গ) $\frac{৩}{৪}$ (ঘ) $৪\frac{৩}{৮}$ (ঙ) $\frac{১}{৬}$ (চ) $\frac{২}{৩}$ ৪। ১০ কুইন্টাল

৫। ১২ বছর ৬। $৬\frac{১}{৮}$ ৭। $\frac{৫}{১২}$ ৮। $৪\frac{১}{২}$ ৯। $১১২\frac{৩}{৪}$ ১০। ৭

১১। ৪০,০০০ টাকা ১২। ৩ মিটার ১৩। ৫টি ১৪। ২৪০ টাকা
১৫। ৫০০০ টাকা ১৬। ৮০,০০০ টাকা ১৭। ৯৬০০ টাকা ১৮। মোট নম্বর ৬০০, রনি ৪৫০ নম্বর, পান্না ৪০০ নম্বর ১৯। ৬০০০ টাকা

অনুশীলনী ৮ (ক)

১। (ক) – (ঠ) নিজে কর ২। ৪৭২.৪৪ ইঞ্চি ৩। ২১.৫৯ সে.মি. ৪। ১৮৯.০০ টাকা ৫। ৬৫০.২৫ কি.মি. ৬। উর্মি ১০টি, মৌমি ৮টি ৭। ৮.৫ টাকা ৮। মলি ১৬টি, দাম ১২৮ টাকা, রুমি ১০টি, দাম ৮০ টাকা ৯। ৬০০০ টাকা ১০। ২০ মিটার

অনুশীলনী ৮ (খ)

১। (ক) – (দ) নিজে কর ২। ৪.৩০ টাকা ৩। ৩৮.৭৫ টাকা ৪। ৩৯.৩৭ ইঞ্চি ৫। ৫.৫ ঘন্টা ৬। ০.৬৮ টাকা ৭। ৩.৭৫ ৮। ১৮.২৫ ৯। ০.০০৫ ১০। ৬৩.৭৫ টাকা ১১। ৬টি ১২। ছোটটি ৩৩.০৫ ও বড়টি ৩৭.৫৫

অনুশীলনী ৯

১ – ৩ নিজে কর ৪। ৮১০ জন ৫। ২০০০ জন ৬। ৯০% ৭। ১% ৮। ১০০০ জন ৯।৩% ১০। ১০% ১১। ১০% ১২। ৩০০ টাকা ১৩। ১২০০ টাকা ১৪। ৩৪০০ টাকা ১৫। ৩২ টাকা ১৬। ৩২ টাকা ১৭। ৮% ১৮। ৩% ১৯। ৩৪৩ টাকা
২০। ১৯২ টাকা ২১। ৬০০ টাকা ২২। ৯০০ টাকা ২৩। ৪ বছর ২৪। ১৩৫ টাকা
২৫। ৪ বছর

অনুশীলনী ১০ (ক)

১–৬ নিজে কর ৭। ৭.৯৬ কুইন্টাল ; ০.৭৯৬ মেট্রিক টন ৮। ৯৭.৮৬৫ মেট্রিক টন ৯। নিজে কর ১০। নিজে কর ১১। (ক) ৯৮৭.৬ লিটার (খ) ২৩৭০০০ ঘন সেন্টিমিট্ও (গ) ৮৭৯.৫ ঘনমিটার ১২। নিজে কর ১৩। নিজে কর ১৪। ২৪৭ কেজি ২৭১ গ্রাম ১৫। নিজে কর

অনুশীলনী ১০ (খ)

১। (ক) ২৫৩৮ বর্গমিটার (খ) ২২৫০০ বর্গসেন্টিমিটার (গ) ৫৬৭৬.৭৫ বর্গমিটার ২।(ক) ৪৪৮৯ বর্গমিটার (খ) ৫৫৫০২৫ বর্গসেন্টিমিটার (গ) ৯৫.০৬২৫ বর্গমিটার ৩। (ক) ১৫২ বর্গমিটার (খ) ৩৬৭.৩৮ বর্গমিটার (গ) ৮৯১ বর্গমিটার ৪। ২৭০ মিটার ৫। ৫৩ সেন্টিমিটার ৬। ৪২২৫ বর্গসেন্টিমিটার ৭। ৬৭২ বর্গমিটার ৮। ১৭০.৮৮ মিটার ৯। ১৮ মিটার ১০। ৮.৪ হেক্টর ১১ । ৬৩ বর্গসেন্টিমিটার ১২। ১৪০ বর্গসেন্টিমিটার

অনুশীলনী ১১

১–২ নিজে কর ৩। ৪৬১৭০০ সেকেন্ড ৪। ৩৭৪৪০ ঘণ্টা ৫। ২৬৩৩৭৬০ মিনিট ৬ –১০ নিজে

অনুশীলনী ১২ (ক)

নিজে কর

অনুশীলনী ১২ (খ)

নিজে কর

অনুশীলনী ১২ (গ)

১–৪ নিজে কর ৫। ৬০০ ৬। ৬৯৮ (প্রায়) ৭। ৮.৫ (প্রায়) ৮। নিজে কর

অনুশীলনী ১৩

নিজে কর

অনুশীলনী ১৪

নিজে কর

২০১৩ শিক্ষাবর্ষের জন্য, ৫-গ

অপরিচিতজনকে “আপনি” বলুন

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢাকা

গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকার কর্তৃক বিনামূল্যে বিতরণের জন্য মুদ্রিত– বিক্রয়ের জন্য নয়।